

КРАТКИЕ НАУЧНЫЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 368.01

А. А. Фаизова

МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗЕРВА ПО ДОЛГОСРОЧНОМУ ЛИЧНОМУ СТРАХОВАНИЮ

Актуальность и новизна проблемы

Страховой резерв по долгосрочному страхованию является важнейшим источником выполнения принятых страховщиком обязательств. Поэтому определение его адекватного размера является чрезвычайно важной задачей.

Данной проблеме в иностранной научной литературе уделяется внимание [1], в то время как в России аналогичных публикаций практически нет.

Одной из конкретных задач является определение оценки влияния на размер страхового резерва существенных факторов и учет этого влияния в актуарных моделях. В настоящей статье рассматривается вопрос формирования страхового резерва по долгосрочному личному страхованию с учетом влияния на него нормы доходности, по которой он размещается.

Новизной излагаемого подхода к решению этого вопроса является использование моделей с конечным числом состояний и систем дифференциальных уравнений Тиле.

Постановка проблемы

Страховой резерв является важнейшим финансовым источником выполнения обязательств страховщика по страховым выплатам. И от того, насколько правильно он определен, зависит финансовая устойчивость страховой организации.

Специфика договоров долгосрочного личного страхования заключается в том, что сформированный страховой резерв размещается с целью получения инвестиционного дохода, часть которого страховщик «отдает» страхователю по норме доходности.

Анна Андреевна ФАИЗОВА — ассистент кафедры управления рисками и страхования, соиск. уч. степ. канд. экон. наук. В 2008 г. окончила математико-механический факультет, в 2010 г. — магистратуру экономического факультета СПбГУ. Сфера научных интересов: актуарная математика, личное страхование. Автор 7 научных публикаций, e-mail: a.faizova@econ.ru.ru

© А. А. Фаизова, 2013

сти, установленной на момент заключения договора. Так как такие договоры обычно заключаются на длительный период, то в течение срока его действия обоснованная норма доходности может отличаться от договорной. Для обеспечения финансовой устойчивости страховые резервы целесообразно пересчитывать по реальной норме доходности. Для этого необходимо использовать такую актуарную модель расчета страхового резерва, которая отвечала бы следующим требованиям: отражала влияние на него существенных факторов; позволяла учитывать зависимость размера страхового резерва от реальной нормы доходности; могла быть использована для уточнения обязательств страховщика.

Модель с конечным числом состояний

На практике часто эволюцию застрахованного риска в процессе прохождения договора страхования можно описать в терминах последовательности событий, которые определяют связанные с ними денежные потоки страховых премий и выплат [1]. Так, в долгосрочном страховании примером таких событий может быть смерть застрахованного лица, его дожитие до определенного момента времени или некоторого события и т. д. В этом случае удобной является актуарная модель с конечным числом состояний. Под ней понимают набор состояний, в которых может находиться застрахованный риск, а также набор всех возможных переходов от одного состояния к другому.

В зависимости от специфики риска число состояний и возможных переходов между ними может быть различным. Так, срочное страхование жизни может быть описано с помощью модели с двумя состояниями и единственным переходом (рис. 1, а). Состояния в этом случае отвечают событиям «застрахованное лицо живо» и «застрахованное лицо умерло», возможный переход — из первого состояния во второе. Для описания договора страхования на случай постоянной полной потери трудоспособности необходима модель с тремя состояниями и тремя переходами (рис. 1, б). Состояния будут отвечать событиям «застрахованное лицо здорово», «застрахованное лицо нетрудоспособно», «застрахованное лицо умерло». Возможные переходы: из первого состояния во второе, из первого в третье и из второго в третье. При страховании здоровья также потребуются модель с тремя состояниями, но возможных переходов будет уже четыре. Связанными событиями будут: «застрахованное лицо здорово», «застрахованное лицо болеет» и «застрахованное лицо умерло»; дополнительный переход из второго состояния в первое (рис. 1, в).

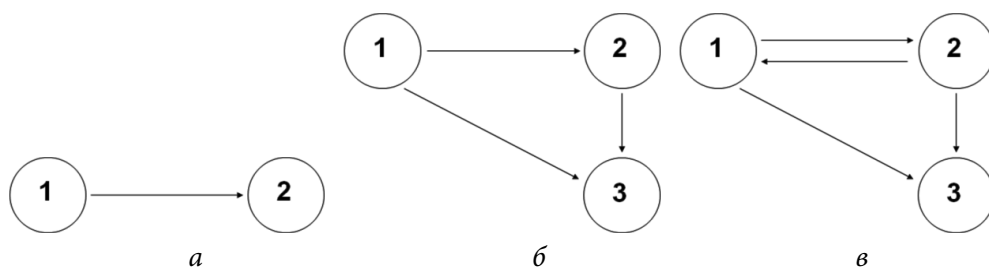


Рис. 1. Схематическое представление моделей: с конечным числом состояний для страхования жизни (а), страхования полной постоянной потери трудоспособности (б), страхования здоровья (в).

Предполагается, что в момент заключения договора застрахованный риск находится в каком-то известном состоянии, как правило, с номером 1. С течением времени возможен переход застрахованного риска из данного состояния в другое. При этом ни момент времени, в который осуществится такой переход, ни номер нового состояния априори неизвестны. Будем считать, что договор страхования заключается в момент $t = 0$. Если обозначить через $S(t)$ номер состояния, в котором застрахованный риск находится в момент времени t , то его изменение во времени будет описываться случайным процессом $\{S(t); t \geq 0\}$. В большинстве моделей дополнительно вводится требование о том, что этот случайный процесс обладает Марковским свойством, по которому условное распределение вероятностей будущих состояний зависит только от нынешнего состояния. Случайные процессы, обладающие таким свойством, используются в экономических моделях довольно часто, например при описании изменения цен на акции, миграции населения и т. д.

Модель страхового резерва по долгосрочному личному страхованию

Приведенная выше актуарная модель может применяться для решения различных задач. Для каждой из них используется определенный числовой параметр, значение которого увязывается с конкретным состоянием системы или его изменением. Такими параметрами могут быть, например, вероятность нахождения застрахованного риска в определенном состоянии или размер денежного потока, возникающего у страховщика по застрахованному риску в определенном состоянии. Ниже остановимся на последнем варианте, так как именно его значение используется для определения размера страхового резерва по отдельному договору страхования.

Для описания денежного потока в модель вводятся потоки премий и выплат, возникающие либо когда застрахованный риск находится в определенном состоянии, либо в момент, когда происходит смена состояния. В зависимости от специфики договора денежный поток может содержать разные компоненты:

- страховые премии, непрерывно уплачиваемые с интенсивностью $p_i(t)$, пока застрахованный риск находится в состоянии с номером i ;
- аннуитет, непрерывно выплачиваемый с интенсивностью $b_i(t)$, пока застрахованный риск находится в состоянии с номером i ;
- страховые выплаты в размере $c_{ij}(t)$, производимые при переходе застрахованного риска из состояния с номером i в состояние с номером j ;
- страховые выплаты в размере $d_i(\tilde{t})$, производимые в случае если в оговоренный момент времени \tilde{t} застрахованный риск будет находиться в состоянии с номером i .

Для конкретного договора страхования денежный поток может включать несколько компонент одного вида или же компоненты определенного вида могут отсутствовать, что определяется спецификой договора.

Например, модель для договора срочного страхования жизни, заключенного сроком на n лет со страховым обеспечением s , будет содержать денежный поток, состоящий из двух компонент:

- 1) страховой премии, уплачиваемой с интенсивностью $p_1(t) = \begin{cases} p & \text{при } t < m \\ 0 & \text{в ином случае} \end{cases}$,

где m — момент времени, указанный в договоре, в который заканчивается уплата страхователем страховых взносов;

2) страховой выплаты в размере $c_{12}(t) = c$, осуществляемой в момент смерти застрахованного лица.

Для договора смешанного страхования жизни, предусматривающего выплаты в размере c в случае смерти и в размере d в случае дожития застрахованного лица до момента окончания договора n , модель будет содержать денежный поток, состоящий из трех компонент: двух, описанных ранее, и дополнительной выплаты в размере $d_1(n) = d$.

Представленные выше примеры связаны с тем или иным видом личного страхования. Однако многообразие конкретных страховых продуктов внутри каждого вида может сказаться на виде денежного потока: единовременная премия или серия страховых взносов, единовременная выплата или аннуитет. Это учитывается при построении соответствующей актуарной модели.

Размер страхового резерва отражает размер невыполненных или не исполненных до конца обязательств страховщика по страховым выплатам. Эти обязательства на определенный момент времени представляют собой разность между актуарными настоящими стоимостями страховых премий и выплат. Представленные выше модели дают возможность их вычисления, т. е. определяют размер страхового резерва $V_i(t)$, который необходимо сформировать в момент времени t , если застрахованный риск находится в состоянии i :

$$V_i(t) = B_i(t, n) - P_i(t, n),$$

где $B_i(t, n)$ — актуарная настоящая стоимость в момент времени t будущих выплат, $P_i(t, n)$ — актуарная настоящая стоимость в момент времени t будущих поступлений премий.

Далее будем использовать непрерывную модель времени. Это позволит учесть возможность перехода застрахованного риска из одного состояния в другое в любой момент срока действия договора и увязать проведение страховой выплаты с моментом наступления страхового случая. В этом случае изменение резерва $V_i(t)$ складывается из следующих составляющих:

- инвестиционного дохода от размещения резерва с интенсивностью начисления процента δ ;
- страховых премий $p_i(t)$;
- выплат аннуитета с интенсивностью $b_i(t)$;
- страховых выплат в размере $c_{ij}(t)$;
- перераспределения средств резерва при смене застрахованным риском i -го состояния на j -е.

Последние две компоненты присутствуют только в момент смены застрахованного риском состояния и должны учитывать вероятностный характер такого перехода. Для этого вводятся $\mu_{ij}(t)$ интенсивности перехода из состояния i в состояние j . Рассчитанный таким образом резерв удовлетворяет системе дифференциальных уравнений Тиле:

$$\frac{dV_i(t)}{dt} = \delta V_i(t) + p_i(t) - b_i(t) - \sum_{j:i \neq j} \mu_{ij}(t) (c_{ij}(t) + V_j(t) - V_i(t)).$$

Использование системы уравнений позволяет отразить:

- изменение застрахованного риска в течение всего срока действия договора;

- эволюцию застрахованного риска в связи с изменением денежного потока по договору;
- изменение страховых резервов под воздействием существенных факторов (интенсивности начисления процентов, поступления премий, проведения страховых выплат и т. д.).

Возможности применения

Полученные на основе теоретических моделей результаты могут быть использованы для решения ряда практических задач. Например, они позволяют произвести пересчет страхового резерва для каждого состояния застрахованного риска на любую дату действия договора страхования с учетом влияния на него существенных факторов, что является важным для обеспечения условия об адекватности размера страхового резерва принятым и выполняемым страховым обязательствам.

Страховой резерв размещается в активы с целью получения инвестиционного дохода. Инвестиционные институты могут предлагать различные условия. В частности, очень часто размер нормы доходности по депозитам устанавливается дифференцированно в зависимости от его размера. В этом случае инвестиционный институт предлагает шкалы, отражающие изменение нормы доходности в зависимости от размера актива. Страховщик заинтересован в использовании таких шкал, так как они обеспечивают ему получение дополнительного инвестиционного дохода, обусловленного новой, повышенной нормой доходности. Предложенные модели позволяют учесть возможность применения таких шкал для пересчета страхового резерва.

Выводы

В целях обеспечения адекватности сформированного по отдельному договору резерва принятым от страхователя обязательствам необходимо, чтобы страховой резерв формировался по реальной норме доходности, отвечающей размещению средств этого резерва.

Для построения модели такого резерва предлагается использовать актуарные модели с конечным числом состояний, дополняемые числовым параметром денежного потока, на основе которых строится модель страхового резерва по отдельному договору страхования.

Многообразие долгосрочных видов личного страхования определяет множество соответствующих актуарных моделей. Вычисленный для каждой из представленных актуарных моделей денежный поток позволяет рассчитать размер необходимого страхового резерва. Для расчета конкретного значения резерва на любой момент времени с учетом всех выделенных в модели факторов может использоваться система дифференциальных уравнений Тиле.

Литература

1. *Haberman S., Pitacco E.* Actuarial Models for Disability Insurance. Chapman&Hall/CRC, 1999. 280 p.

Статья поступила в редакцию 26 июня 2013 г.