

## ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519.86

*Л. К. Суровцов*

### **МНОГООТРАСЛЕВАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ЗАТРАТ, ВЫПУСКА И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДОХОДОВ**

#### **Описание модели**

Предлагаемая модель экономической динамики представляет собой развитие модели Неймана—Гейла [1, с. 74–83]. Предполагается, что технологии производства и потребления различных субъектов экономики задаются наборами коэффициентов затрат и выпуска так же, как в динамических моделях межотраслевого баланса Леонтьева и в моделях экономической динамики Неймана [2]. По экономическому содержанию ее следует отнести к классу теоретических моделей экономической динамики, подробно исследованных в книге [3].

Исходные данные, необходимые для проведения расчетов по модели, можно получить на базе информации официальной статистики по межотраслевому балансу и системы национальных счетов [4].

Сформулируем основные предположения относительно условий развития экономики РФ, которые учитываются при построении модели.

- Множество всех участников экономики представляет собой набор производственных и непроизводственных отраслей и потребителей конечной продукции. Предполагается, что каждому из участников можно однозначно сопоставить некоторый характерный для него вид экономической деятельности.
- Коэффициенты затрат, выпуска и распределения доходов не меняются во времени.
- Роль государства заключается в поддержании механизма распределения полученных доходов от продаж между участниками экономики и поддержании обменного курса иностранной валюты на внутреннем рынке.

---

Лев Кронидович СУРОВЦОВ — канд. экон. наук, доцент кафедры экономической кибернетики Экономического факультета СПбГУ. В 1964 г. окончил Математико-механический факультет ЛГУ. Область научных интересов — математические методы анализа экономики. Автор более 50 научных работ.

© Л. К. Суровцов, 2011

- Масса денег в обращении меняется за счет прироста массы валюты на внутреннем рынке. При этом обменный курс валюты на внутреннем рынке регулируется государством.

Перейдем к описанию модели.

Рассматривается экономика, включающая  $n$  участников. Предполагается, что каждому участнику однозначно соответствует некоторый характерный для него вид экономической деятельности. Множество всех номеров участников и соответствующих им видов экономической деятельности обозначим  $J = \{1, 2, \dots, n\}$ . Все множество участников будем делить на две группы.

Первую группу с номерами  $j \in J_s \subset J$  составляют субъекты производственного сектора. В каждом текущем интервале времени  $[t, t+1]$  участники первой группы производят продукцию, полученную в предшествующем периоде времени. Выручка от реализации продукции расходуется, с одной стороны, на оплату производственных затрат в текущем интервале и, с другой стороны, распределяется (плата за труд, налоги, прибыль) между потребителями для оплаты конечного потребления в следующем интервале времени.

Вторую группу участников с номерами  $j \in J_d \subset J$  составляют потребители конечной продукции. В каждом интервале времени  $[t, t+1]$  потребители на имеющиеся у них денежные средства покупают продукцию для потребления. Количество денежных средств потребителей в начале каждого интервала времени не меньше суммы, получаемой от участников производственного сектора.

При практических расчетах в качестве первой группы участников использовались предприятия и организации производственного сектора экономики, а также предприятия и организации внешней торговли, осуществляющие экспорт и импорт продукции. В качестве второй группы были исследованы отрасли непродуцированной сферы (здравоохранение, наука, образование и т. д.), а также потребители конечной продукции (домашние хозяйства, государство, инвестиции).

Перечень продуктов и ресурсов, учитываемых в модели, включает: продукцию производственных отраслей экономики ( $i = 1, 2, \dots, m-2$ ); конвертируемую валюту иностранных государств ( $i = m-1$ ); денежные средства, используемые для оплаты затрат различными группами потребителей (отрасли непродуцированной сферы, домашние хозяйства, государство, инвестиции) ( $i = m$ ).

Рассмотрим эндогенные неизвестные переменные модели.  $u_{j,t} \geq 0$  — количества финансовых ресурсов участника  $j$  к началу интервала времени  $t$ . Значения переменных  $u_{j,t}$  определяют запасы (массу) денежных средств участника  $j$  к началу периода времени  $t$ , т. е. количество денег, аккумулированных в наличной и безналичной формах, которые он может затратить на закупку товаров. Этот показатель не следует путать с используемым в дальнейшем показателем расхода денежных средств на покупку товаров или показателем стоимости спроса на товары. Значение переменных  $u_{j,t}$  не зависит от текущих цен на товары. Напротив, расход денежных средств или стоимость покупок определяется как сумма произведений цен товаров на их количество.

В дальнейшем численное значение переменных  $u_{j,t}$  будем называть интенсивностью хозяйственной деятельности участника  $j$ , как это принято при описании экономико-математических моделей.

Определим заданные параметры модели.

- Коэффициенты выпуска  $b_{i,j}$ ;  $i=1,2,\dots,m$ ;  $j \in J_s$  определяют предложение (выпуск) продуктов или ресурсов с номером  $i=1,2,\dots,m$  в следующем интервале времени в расчете на рубль затрат субъекта  $j$  в текущем интервале времени. Предполагается, что экономическая деятельность потребителей в каждом текущем интервале времени сводится к покупке товаров для потребления на деньги, полученные от производственного сектора экономики. В этом случае коэффициенты выпуска для потребителей  $j \in J_d$  определяются по формулам:  $b_{i,j} = 0$ ;  $i=1,2,\dots,m-1$ ;  $b_{m,j} = 1$ .

- Коэффициенты затрат  $a_{i,j}$ ;  $i=1,2,\dots,m$ ;  $j=1,2,\dots,n$  определяют спрос (объемы покупок) ресурсов с номером  $i=1,2,\dots,m$  субъекта экономики  $j$  в расчете на рубль затрат, израсходованных на финансирование хозяйственной деятельности. Коэффициенты  $a_{m,j}$ ;  $j=1,2,\dots,n$  показывают количество денежных средств субъекта  $j$  в расчете на единицу интенсивности, распределяемых между потребителями.

- Коэффициенты распределения  $\beta_{j,h}$ ;  $h=1,2,\dots,H$ ;  $j=1,2,\dots,n$  показывают долю денежных средств участника экономики с номером  $j$ , направляемых потребителю с номером  $h$  для оплаты потребления.

Предполагается, что коэффициенты затрат, выпуска и распределения для всех интервалов времени одинаковы.

Исходные данные, необходимые для расчета или оценки коэффициентов затрат, выпуска и распределения, можно получить на базе информации официальной статистики по межотраслевому балансу и системы национальных счетов. Удобно в качестве единицы измерения затрат и выпуска продуктов и ресурсов использовать то количество, которое в базовом периоде можно купить за один рубль. Это равносильно предположению, что цены продуктов и ресурсов в базовом периоде равны 1. Коэффициенты затрат  $a_{i,j}$  в этом случае определяют долю денежных средств участника экономики  $j$ , затрачиваемых на потребление ресурса  $i$ . Произведения  $x_{i,j,t} = a_{i,j}u_{j,t}$ ;  $i=1,2,\dots,m$ ;  $j=1,2,\dots,n$ ;  $t=1,2,\dots,T$  определяют затраты (спрос) ресурсов  $i$  субъекта экономики  $j$  в текущем периоде времени  $t$ . Величины  $x_{i,j,t} = a_{i,j}u_{j,t}$  представляют собой количество денег, затрачиваемых участником экономики  $j$  в текущем интервале времени  $t$  на покупку ресурса  $i$  в ценах базового периода.

При  $i=m$  величины  $x_{m,j,t} = a_{m,j}u_{j,t}$  определяют сумму денежных выплат участника  $j$  в фонды конечного потребления. Эти средства распределяются между потребителями. Основными инструментами такого распределения являются плата за труд, налоги, бюджет государства. Совокупный спрос (покупки) ресурсов  $i$  в текущем периоде времени  $t$  определяются по формуле

$$x_{i,t} = \sum_{j=1}^{j=n} a_{i,j}u_{j,t}; \quad i=1,2,\dots,m; \quad t=1,2,\dots,T.$$

Произведения  $y_{i,t} = b_{i,j}u_{j,t}$   $i=1,2,\dots,m$ ;  $j \in J_s$ ;  $t=1,2,\dots,T$  определяют предложение (продажи) товара  $i$  субъектом  $j$  производственного сектора экономики к началу

периода времени  $t+1$ . Величины  $y_{i,t} = \sum_{j \in I_s} b_{i,j} u_{j,t}$   $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $t = 1, 2, \dots, T$  показывают совокупное предложение (продажу) товара  $i$ .

Предполагается, что запасы денежных средств потребителя  $h$  к началу текущего интервала времени  $t$  удовлетворяют условию  $u_{t,h} \geq \sum_{j=1}^{j=n} \beta_{h,j} \alpha_{m,j} u_{t,j}$ ;  $h = 1, 2, \dots, H$ .

### Математическая запись модели

Формальная запись предлагаемой модели может быть представлена как задача оптимального планирования на периоде  $T$ .

Найти  $u_{j,t} \geq 0$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ ;  $t = 1, 2, \dots, T$  такие, что

$$\sum_{j=1}^n a_{i,j} u_{j,t} \leq \sum_{j=1}^n b_{i,j} u_{j,t-1}; \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (1)$$

$$u_{t,h} \geq \sum_{j=1}^{j=n} \beta_{h,j} \alpha_{m,j} u_{j,t}; \quad h = 1, 2, \dots, H; \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m c_i b_{i,j} u_{j,T} \rightarrow \max, \quad (3)$$

где  $c_i$  — заданные коэффициенты, определяющие ценность (полезность) выпуска продукции в конце периода  $T$ .

Эндогенные переменные задачи  $u_{j,t}$  определяют распределение финансовых ресурсов между участниками экономики в различные периоды времени. Поясним экономическое содержание ограничений (1)–(3). Условия (1) и (2) определяют допустимую динамику затрат и выпуска продуктов и ресурсов экономики. Неравенство (1) означает, что спрос (затраты) ресурсов в периоде времени  $t$  не превосходят их выпуска в периоде  $t-1$ . Ограничение (2) представляет собой формулу для расчета минимального значения суммы денежных средств, полученных потребителем с номером  $h$  от всех субъектов экономики в текущем периоде времени  $t$ . Условие (3) при заданных значениях коэффициентов  $c_i$  определяет критерий оптимальности программы производства и потребления на периоде  $T$ .

При практическом использовании моделей экономической динамики и, в частности, предлагаемой модели (1)–(3) принципиальную трудность вызывают решение проблемы обоснования периода планирования  $T$  и выбор критерия оптимальности.

В связи с этим актуальной является проблема качественного исследования оптимальных траекторий развития на большом периоде планирования. Полученные в этом направлении теоретические выводы полезны в принятии конкретных плановых решений.

## Сбалансированные траектории развития с максимальным темпом роста

Введем необходимые для анализа задачи (1)–(3) определения.

Траектория развития  $\{u_t\}; t = 1, 2, \dots$  называется сбалансированной, если существуют число  $\lambda = 1 - \alpha > 0$  и набор интенсивностей  $u_j; j = 1, 2, \dots, n$ , такие, что  $u_{t,j} = \lambda^t u_j; j = 1, 2, \dots, n; t = 1, 2, \dots$  и для каждого  $t = 1, 2, \dots$  выполняются условия (1)–(2).

Если такое число  $\lambda$  существует, тогда его называют темпом сбалансированного роста, а последовательность векторов  $u_t = (1 + \alpha)^t u$  — сбалансированной траекторией развития с темпом  $\lambda$ .

Введем следующие обозначения.

$A[m, n]$  и  $B[m, n]$  — матрицы коэффициентов затрат и выпуска соответственно;  $c = (c_1, c_2, \dots, c_m)$  — вектор — строка коэффициентов целевой функции задачи (1)–(3);  $u_t \in R^n$  — вектор интенсивностей экономической деятельности в период времени  $t$ ;  $U$  — множество допустимых значений вектора  $u_t \in R^n$  переменных модели (1)–(3):

$$U = \left\{ u = (u_1, u_2, \dots, u_n) \in R_+^n \text{ таких, что } u_n \geq \sum_{j=1}^n \beta_{nj} \alpha_{mj} u_j \right\}. \quad (4)$$

Тогда задачу (1)–(3) можно переписать в виде

$$\left. \begin{aligned} Au_t &\leq Bu_{t-1} \quad t = 1, 2, \dots, T; \\ u_t &\in U \quad t = 1, 2, \dots, T; \\ cVu_T &\rightarrow \max. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Дадим определение. Невырожденным положением равновесия модели называется тройка элементов  $(\lambda, u, p)$ ,  $\lambda > 0$ ,  $u \in R_+^n$ ;  $p \in R_+^m$  таких, что выполняются условия

$$\left. \begin{aligned} \lambda Au - Bu &\leq 0; \\ \lambda pAu - pBu &\geq 0; \quad \forall u \in U; \\ pAu &> 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Число  $\alpha = \lambda - 1$ , участвующее в невырожденном состоянии равновесия, будем называть темпом роста модели.

Доказательство существования равновесия в модели Неймана—Гейла приведено в работах [1, с. 78–80; 5, с. 165–185].

Пусть тройка  $(\lambda, u, p)$  составляет равновесие модели.

Сбалансированную траекторию развития  $\{u, \lambda u, \dots, \lambda^T u\}$ , найденную из решения задачи (6), будем называть магистралью исходной модели (1)–(3).

Вектор  $p \in R_+^m$  является вектором оптимальных цен, или вектором цен равновесия.

Поясним экономическое содержание вектора цен.

Коэффициенты затрат  $a_{i,j}$  и выпуска  $b_{i,j}$  определяют спрос и выпуск продукции в расчете на единицу интенсивности экономической деятельности. Пусть  $p_i$  — цена ресурса, тогда  $p_i a_{i,j}$  и  $p_i b_{i,j}$  — количество денег, уплачиваемых и получаемых при

покупке и продаже  $I$ -го ресурса в расчете на единицу интенсивности  $j$ -го субъекта экономики.

Чтобы тройка  $(\lambda, u, p)$  составляла равновесие модели, необходимо существование вектора  $q \in R_+^H$  такого, что

$$\sum_{i=1}^m \lambda p_i a_{i,j} + a_{m,j} \sum_{k \in J_d} q_k \beta_{k,j} - \sum_{i=1}^m p_i b_{i,j} \geq 0; \quad j \in J_s; \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^m \lambda p_i a_{i,h} + a_{m,h} \sum_{k \in J_d} q_k \beta_{k,h} - \sum_{i=1}^m p_i b_{i,h} - q_h \geq 0; \quad h \in J_d. \quad (8)$$

Компоненты вектора  $q_h$  определяют ценность денежных ресурсов, используемых для потребления вида  $h$ .

Экономическое содержание условий (7) и (8) означает, что сумма денег, уплачиваемых субъектами экономики в текущем периоде времени на оплату используемых ресурсов и передаваемых в фонды потребления, не меньше выручки от реализации имеющихся у данного субъекта ресурсов к началу текущего периода.

Используя найденные значения цен и интенсивностей, можно рассчитать расход денег на покупки  $ras_j$   $j$ -го участника экономики в текущем периоде времени, а также чистый доход  $prib_j$  (прирост массы денежных средств за период времени) по формулам

$$ras_j = u_j \left( \sum_{i=1}^m p_i a_{i,j} + a_{m,j} \sum_{k \in J_d} q_k \beta_{k,j} \right); \quad j \in J_s; \quad (9)$$

$$ras_h = u_h \left( \sum_{i=1}^m p_i a_{i,h} + a_{m,h} \sum_{k \in J_d} q_k \beta_{k,h} \right); \quad h \in J_d; \quad (10)$$

$$prib_j = u_j \left( \sum_{i=1}^m p_i b_{i,j} - \sum_{i=1}^m p_i a_{i,j} - a_{m,j} \sum_{k \in J_d} q_k \beta_{k,j} \right); \quad j \in J_s; \quad (11)$$

$$prib_h = u_h \left( \sum_{i=1}^m p_i b_{i,h} + q_h - \sum_{i=1}^m p_i a_{i,h} - a_{m,h} \sum_{k \in J_d} q_k \beta_{k,h} \right); \quad h \in J_d. \quad (12)$$

Подробное изложение экономического содержания приведенных формул приводится в книге [6, с. 267–311].

Цены, найденные по модели (6), определяются с точностью до множителя. Для однозначного их определения необходимо ввести дополнительное условие нормировки. Заметим, что значения переменных интенсивности  $u_j$  определяют массу располагаемых денежных средств участника  $j$  в начале текущего периода времени. Будем полагать, что сумма денег, расходуемых на оплату спроса всех участников экономики в текущем периоде времени при ценах  $p_i$ , равна сумме располагаемых денежных средств на начало периода. В математической форме это условие можно записать в следующем виде:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m p_i a_{i,j} u_j = \sum_{j=1}^n u_j. \quad (13)$$

## Свойства решения задачи управления для больших периодов планирования

Можно доказать, что при достаточной продолжительности планового периода решение динамической задачи (1)–(3) независимо от начального состояния и целевой функции (или заданного конечного состояния) близко в том или ином смысле к магистрали, т. е. к сбалансированной траектории с максимальным темпом. Таким образом, оптимальная стационарная траектория развития  $\{u, \lambda u, \dots, \lambda^T u\}$  с максимальным темпом роста дает приближенное представление оптимальных траекторий исходной задачи (1)–(3). Если период планирования  $T$  достаточно велик, то почти все время оптимальная траектория развития идет вдоль луча, определяющего равновесие модели, сохраняя почти постоянные пропорции в распределении затрат  $u_{j,t}$ ;  $j=1,2,\dots,n$ ;  $t=1,2,\dots,T$  на оплату производственных и непроизводственных процессов экономики. При этом количество интервалов времени, для которых оптимальная траектория существенно отличается от магистрали, не зависит от периода планирования  $T$ .

Весьма важным также является то обстоятельство, что магистраль  $\{u, \lambda u, \dots, \lambda^T u\}$  оказывается мало чувствительной к изменениям коэффициентов  $c = (c_1, c_2, \dots, c_m)$  целевого функционала задачи. Подробное исследование свойств оптимальных траекторий динамических моделей Неймана—Гейла для больших периодов планирования, включая доказательство теорем о существовании магистрали, приведено в работе [1, с. 85–115].

С практической точки зрения выводы теорем о магистрали приводят к очень важным следствиям. При распределении денежных затрат  $u_{t,j}$  субъектов экономики во времени можно ориентироваться на луч  $\{u, \lambda u, \dots, \lambda^T u\}$ , стараясь регулировать работу всех отраслей таким образом, чтобы поддерживать пропорции распределения денежных затрат на финансирование экономической деятельности и пропорции цен на продукцию и ресурсы, близкие к тем, которые определяются состоянием равновесия модели.

Знание максимального значения темпа роста позволяет ответить на вопрос, возможно ли для рассматриваемой экономической системы расширенное воспроизводство продукции и ресурсов. В частности, если максимальный темп роста меньше нуля, это означает, что объемы выпуска и затрат всех ресурсов экономики неизбежно со временем убывают, расширенное воспроизводство и рост невозможны.

Кроме того, если регулировать интенсивности производства и цены таким образом, чтобы их структура совпадала в каждом периоде времени  $t$  с найденной по модели сбалансированной структурой, то такое развитие на перспективу будет иметь максимально возможный темп роста.

Отсюда следует, что при использовании модели экономической динамики (1)–(3) для практического анализа перспектив развития экономики страны очень полезными могут оказаться расчет максимального темпа роста и соответствующая этому темпу сбалансированная структура распределения затрат и цен.

## Расчет темпа сбалансированного роста для экономики РФ

Модель (1)–(3) была использована для анализа перспектив развития экономики России. Для этого были проведены расчеты оптимальной структуры экономики РФ и максимально возможного темпа роста в зависимости от регулируемого государством курса валюты по отношению к рублю.

При проведении расчетов в качестве субъектов экономики учитывались производственные отрасли, экспорт, импорт и непроеизводственные отрасли — потребители продукции. Общее число всех субъектов экономики  $n$  при реальных расчетах равно 48 ( $n=48$ ); число наименований продуктов и ресурсов, учитываемых в модели,  $m=24$ ; количество потребителей  $H$  варьировалось в зависимости от разбиения экономики по секторам производства и потребления от 3 до 6.

Для проведения практических расчетов были разработаны программы в среде Excel Link с использованием MATLAB 7.0.4 [7].

Коэффициенты затрат, выпуска и распределения доходов рассчитывались на основе данных по межотраслевому балансу [8].

Значение коэффициентов затрат  $a_{i,j}$  рассчитывалось как частное от деления величины спроса на продукты и ресурсы  $i$ -го наименования к суммарной величине денежных затрат  $j$ -го участника экономики.

Коэффициенты выпуска  $b_{i,j}=1$ , если номер отрасли  $i$  совпадает с номером продукта  $j$ , и  $b_{i,j}=0$  в противном случае. Для потребителей не нулевое значение имеют коэффициенты  $b_{m,j}=1$ ;  $j \in J_d$ .

При расчетах коэффициентов затрат и выпуска валюты и денежных средств экспортеров и импортеров учитывались цены  $p_i^{val}$  продукции отрасли  $i$  на мировом рынке (доллар США) и курс валюты  $q^{val}$  в рублях в текущем периоде времени. Коэффициенты затрат валюты и денежных средств импортеров определялись по формулам

$a_{m-1,j} = p_j^{val}$ ;  $a_{m,j} = \frac{q^{val}}{p_j^{val}}$ . Аналогично расчет коэффициентов выпуска валюты

и денежных средств экспортеров проводился по формулам  $b_{m-1,j} = p_j^{val}$ ;

$$b_{m,j} = \frac{q^{val}}{p_j^{val}}.$$

Для определения коэффициентов распределения доходов  $\beta_{h,j}$  рассчитывалась доля  $\alpha_h$  потребителя  $h$  в валовом внутреннем продукте 2003 г. Далее предполагалось, что для всех субъектов экономики  $\beta_{h,j} = \alpha_h$ ;  $j=1,2,\dots,n$ .

Были проведены многовариантные расчеты оптимальной структуры экономики РФ и максимально возможного темпа роста в зависимости от регулируемого государством курса валюты по отношению к рублю. Варианты расчетов различались разбиением экономики на секторы производственных и непроеизводственных отраслей, разными значениями цен на продукты на мировом рынке и коэффициентами распределения доходов между потребителями.

Качественный анализ результатов многовариантных расчетов показывает следующее.



- Темп роста экономики существенно зависит от значения курса доллара.
- При невысоких значениях курса доллара рост сопровождается значительными объемами импорта валюты и продукции обрабатывающих отраслей. При этом велика доля импорта в совокупном объеме денежного оборота, а доля экспорта незначительна. Рост экономики сопровождается ростом долгов государства.

- При больших значениях курса доллара (выше 35 рублей) доля импорта становится равной нулю. Рост экономики сопровождается положительными значениями чистого экспорта и накоплением валютных резервов. При увеличении курса доллара растут цены и доля экспорта в совокупном объеме денежного оборота.

Для иллюстрации практической и теоретической значимости предлагаемой модели остановимся подробнее на анализе результатов расчета оптимальной структуры экономики РФ по данным 2003 г.

В этом случае для определения цен продуктов  $p_i^{val}; i = 1, 2, \dots, m$  в валюте предполагалось, что по всем продуктам достигнут паритет цен на внешнем и внутреннем рынке при курсе доллара, равном 30 рублям за один доллар. Другими словами, цены всех продуктов в долларовом выражении принимались равными 0,033 долл. Значение цены продукции нефтедобывающей и газовой отраслей на мировом рынке принималось 0,08 долл. за единицу продукции. При расчетах учитывались ресурсы и продукты общественного производства из прилагаемого ниже списка. Расчеты проводились для двух вариантов группировки процессов конечного потребления.

**Список производственных отраслей экономики**

№ п/п	Название продукта или ресурса	
	полное	краткое
1	Электро- и теплоэнергия	Электр.
2	Продукты нефтегазовой промышленности	Нефтьдоб.
3	Уголь	Угольная
4	Горючие сланцы и торф	Проч. топ.
5	Черные металлы	Чермет
6	Цветные металлы	Цветмет
7	Продукты химической и нефтехимической промышленности	Химия
8	Машины и оборудование, продукты металлообработки	Машиностроение
9	Продукты лесной, деревообрабатывающей и целлюлозно-бумажной промышленности	Лесбум
10	Строительные материалы	Строймат.
11	Продукты легкой промышленности	Легкая
12	Продукты пищевой промышленности	Пищевая
13	Прочие промышленные продукты	Прочпром
14	Продукция строительства	Строит.
15	Продукты с.-х. и лесного хозяйства	С.-х.
16	Услуги транспорта и связи	Транспорт
17	Торгово-посреднические услуги (в том числе — обществ. питание)	Торговля
18	Продукты прочих видов деятельности	Прочие
19	Услуги ЖКХ и бытового обслуживания	ЖКХ

20	Услуги здравоохранения, физкультуры, соцобеспечения, образования, культуры, искусства	Здравкульт.
21	Услуги науки и научного обслуживания, геологии и разведки недр, гидромета	Наука
22	Услуги финансового посредничества, страхования, управления и общественных объединений	Финкредит

При первом варианте предполагалось, что сектор конечного потребления экономики составляли: домашние хозяйства, государственные предприятия и учреждения, накопление основного капитала и запасов продукции и ресурсов.

Во втором варианте в группу потребителей дополнительно были включены следующие три непроизводственные отрасли экономики: услуги здравоохранения, физкультуры, соцобеспечения, образования, культуры, искусства (здравкульт.); услуги науки и научного обслуживания, геологии и разведки недр, гидромета (наука); услуги финансового посредничества, страхования, управления и общественных объединений (финкредит). Результаты расчетов приведены в табл. 1, 2 и 3.

**Таблица 1. Зависимость темпа роста от курса доллара**

Курс доллара, рублей	5	10	20	25	30	35	40	45
Наименование показателя								
Темп роста (вариант 1)	0,043	0,092	0,103	0,108	0,114	0,116	0,116	0,116
Темп роста (вариант 2)	0,120	0,120	0,120	0,121	0,126	0,133	0,139	0,144

В табл. 2 даны результаты расчета темпа сбалансированного роста для различных значений курса доллара для первого и второго вариантов разбиения экономики по видам деятельности на производственный сектор и сектор конечного потребления.

Как видно из данных табл. 1, темп роста экономики при одинаковом значении курса доллара для первого варианта ниже, чем для второго. Следовательно, при государственном финансировании трех перечисленных непроизводственных отраслей можно добиться большего роста экономики в целом, чем в случае их самофинансирования на основе окупаемости затрат на услуги этих отраслей.

**Таблица 2. Структура расходов и прибыли по видам экономической деятельности**

Сферы экономической деятельности	Расходы и прибыль		Затраты денег		Стоимость потребления		Чистый доход	
	Варианты							
	1	2	1	2	1	2		
Производство	50,41	52,71	51,09	52,93	13,74	18,77		
Экспорт	2,399	2,138	4,490	4,178	0,663	0,686		
Импорт	1,620	0,000	1,305	0,000	0,568	0,000		
Потребление	45,57	45,15	43,12	42,89	-2,33	-6,202		
Всего	100,00	100,00	100,00	100,00	12,636	13,258		

Примечание. Данные таблицы рассчитываются в процентах от массы денег в обращении. Вариант 1 — курс доллара 30 рублей, темп роста 0,126; вариант 2 — курс доллара 35 рублей, темп роста 0,135.

В табл. 2 приводятся результаты расчета структуры распределения доходов и расходов экономики для траекторий развития с максимальным темпом роста при значениях курса доллара 30 и 35 рублей.

В столбцах табл. 2 «Затраты денег» приводятся значения переменных интенсивности процессов, т. е. масса денег, затрачиваемая на финансирование процессов в ценах базисного периода. В столбцах «Стоимость потребления» приводятся расходы денежных средств на текущее потребление в ценах, соответствующих состоянию равновесия модели. Данные в столбцах «Стоимость потребления» рассчитывались по формулам (9) и (10). Аналогично, данные в столбцах «Чистый доход» рассчитывались по формулам (11) и (12).

Как показывают данные табл. 2, для обоих вариантов расчета доля денежных расходов на оплату потребления производственного сектора чуть больше 50%. Для курса доллара 30 рублей стоимость потребления производственного сектора равна 51,09, а при курсе доллара 35 рублей она равна 52,93.

Таблица 3. Цены, расходы и чистые доходы производства продуктов и ресурсов

Расходы и доходы Коды ресурсов	Цены		Стоимость спроса		Чистый доход	
	Варианты					
	1	2	1	2	1	2
Электр.	1,357	1,433	3,383	3,628	0,427	0,481
Нефтьдоб.	1,307	1,379	6,541	6,537	0,826	0,867
Угольная	1,231	1,302	0,308	0,333	0,039	0,044
Проч. топ.	1,306	1,376	0,004	0,005	0,001	0,001
Чермет	1,185	1,253	1,778	1,900	0,225	0,252
Цветмет	1,259	1,331	1,042	1,149	0,132	0,152
Химия	0,867	0,917	1,419	1,541	0,179	0,204
Машиностроение	0,806	0,852	4,722	5,033	0,597	0,667
Лесбум	1,003	1,060	1,042	1,115	0,132	0,148
Строймат	1,072	1,133	1,154	1,225	0,146	0,162
Легкая	0,227	0,240	0,434	0,457	0,055	0,061
Пищевая	0,990	1,072	4,984	5,411	0,630	0,717
Прочпром	1,117	1,187	0,585	0,709	0,074	0,094
Строит.	1,179	1,244	6,278	6,588	0,793	0,873
С.-х.	1,156	1,311	1,663	2,480	0,210	0,329
Транспорт	1,228	1,295	6,021	6,383	0,761	0,846
Торговля	1,254	1,320	14,653	15,443	1,852	2,047
Прочие	1,127	1,188	0,622	0,659	0,079	0,087
ЖКХ	1,219	1,286	2,585	2,716	0,327	0,360
Валюта	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Деньги	0,895	0,813	40,783	36,690	5,153	4,864
Всего			100,000	100,000	12,636	13,258

Примечание. Данные столбцов «Стоимость спроса» и «Чистый доход» рассчитываются в процентах от массы денег в обращении. Вариант 1 — курс доллара 30 рублей, темп роста 0,126; вариант 2 — курс доллара 35 рублей, темп роста 0,135.

При увеличении курса доллара чистый доход импорта уменьшается до нуля. При курсе доллара 30 рублей он равен 0,568, а при курсе доллара 35 рублей — нулю. В обоих случаях норма прибыли общественного производства, т. е. отношение полученного чистого дохода к расходам (или издержкам) совпадает с темпом роста экономики.

В табл. 3 приводятся результаты расчета цен продуктов и ресурсов экономики, величины денежных расходов на покупку и чистого дохода от продаж для траекторий развития с максимальным темпом при значениях курса доллара 30 и 35 рублей.

Как показывают данные табл. 3, цены на большую часть продуктов и ресурсов выше, чем цены в базисном периоде. Наибольший рост цен по сравнению с базисными значениями — для отраслей «Электр.» и «Нефтьдоб.».

При увеличении курса доллара от 30 до 35 рублей значение цен продуктов всех производственных отраслей возрастает. При этом цена денег убывает.

Данные по прибыли показывают, что чистый доход общественного производства сопровождается ростом денежной массы в экономике. При курсе доллара 30 рублей доля прироста денежной массы в увеличении чистого дохода равна отношению  $5,153/12,653=40,78\%$ . При курсе доллара 35 рублей эта доля равна  $4,864/13,258=36,69\%$ .

### Выводы

Таким образом, в настоящей статье предложена модель для анализа траектории развития экономики с максимальным темпом роста. Существенное предположение модели заключается в допущении постоянства коэффициентов затрат и выпуска продуктов и ресурсов для разного вида экономической деятельности. Кроме того, предполагается постоянство коэффициентов распределения доходов между субъектами производственного сектора экономики и потребителями конечной продукции. Практические расчеты с использованием данной модели показывают возможность ее широкого применения для анализа перспектив развития экономики РФ.

### Литература

1. Ашманов С. А. Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1982. 293 с.
2. Калениченко В. В., Суровцов Л. К., Шалабин Г. В. Анализ проблем экономического роста России с использованием динамической многоотраслевой модели Неймана // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 5: Экономика. 2007. Вып. 3. С. 13–25.
3. Aubin J. P. Dynamical Economic Theory. Springer-Verlag, 1999. 506 с.
4. Система таблиц «Затраты — Выпуск» России за 2000 год: стат. сб. Росстат. М., 2003. Национальные счета России в 1997–2004 гг.
5. Aubin J.-P. Optima and Equilibria. An Introduction to Nonlinear Analysis. Springer-Verlag, 1997. 418 p.
6. Маленко Э. Лекции по микроэкономическому анализу. М.: Наука, 1985. 390 p.
7. Дьяконов В. П. MATLAB 7.\* / R2006 / R2007: Самоучитель. М.: ДМК Пресс, 2008. 768 с.
8. Система таблиц «Затраты — Выпуск» России за 2003 год: стат. сб. Росстат. М., 2006. 116 с.

Статья поступила в редакцию 15 июня 2011 г.