УДК 368.01

А. А. Кудрявцев, А. А. Вдовина

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЗЕРВА ПО СТРАХОВАНИЮ ЖИЗНИ ПРИ НАЛИЧИИ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

Введение

Страхование жизни — один из наиболее распространенных в мире видов страхования. Он предназначен для обеспечения имущественных интересов, связанных с рисками смертности и дожития. Главная особенность данного вида страхования заключается в его долгосрочном характере. Последний требует учета не только рисковой, но и накопительной компоненты при актуарном обосновании соответствующих договоров. Иными словами, возможность инвестирования страховщиком временно свободных денежных средств (части страховой премии и резервов) является одним из базовых элементов соответствующих страховых продуктов, тогда как в краткосрочном страховании подобная возможность и, соответственно, накопительный компонент страховой премии играют вспомогательную роль.

Необходимость прямого рассмотрения накопительной компоненты в договорах страхования жизни означает, что актуарные оценки премий и резервов должны основываться среди прочего на прогнозе доходности будущих инвестиций страховой организации. Это делает такие оценки чувствительными к изменению доходности. В результате задача анализа устойчивости оценок к колебаниям ставок процента является ключевой с точки зрения финансового менеджмента страховой организации, так как определяет финансовую устойчивость и достаточность резервов соответствующих операций. Анализу указанных аспектов в последние десятилетия придается особое значение [1; 2].

Для учета подобных эффектов обычно рассматривается либо детерминистический прогноз с постоянными ставками (с плоской кривой процентных ставок[1]), либо стохастическая модель, в которой ставки процента (средние доходности инвестиций) описываются случайным процессом[2] [3]. Оба подхода задают своего рода «границы» оценивания: первый обеспечивает расчеты в рамках базового сценария, второй — исследование отклонений

Андрей Алексеевич КУДРЯВЦЕВ — канд. экон. наук, доцент кафедры управления рисками и страхования СПбГУ. В 1990 г. окончил Экономический факультет СПбГУ. Сфера научных интересов — актуарный анализ, страхование, управление рисками, экономика здравоохранения. Имеет более 100 научных публикаций, включая монографии и учебники (автор и соавтор).

Анна Андреевна ВДОВИНА — ассистент кафедры управления рисками и страхования. В 2008 г. окончила Математико-механический факультет и в 2010 г. магистратуру Экономического факультета СПбГУ. Сфера научных интересов — личное страхование, методы решения дифференциальных уравнений.

от него. При этом в последнем случае зависимость процентных ставок рассматривается часто лишь в рамках процессов авторегрессии — скользящего среднего, а остальные факторы, как правило, игнорируются.

Тем не менее имеет смысл рассматривать более широкий круг условий формирования резервов по страхованию жизни. Возможности инвестирования, а следовательно, и его доходность часто зависят от размера вложенной суммы: чем больше денег, тем выгоднее могут быть варианты их размещения. Среди причин наличия такой зависимости — разная широта рынков, на которые можно выходить при различном объеме инвестируемых средств, а также относительное уменьшение удельных трансакционных издержек при росте инвестиций и ряд других факторов.

Данное условие в модели оценки страховых резервов с непрерывным временем можно записать в форме

$$\frac{d\delta}{d\,{}_t\bar{V}} \geq 0, \tag{1}$$

где δ — интенсивность начисления процента, ${}_t\bar{V}$ — резерв по страхованию жизни. Традиционная постановка предполагает, что данное условие выполняется как равенство, т. е. зависимость между указанными величинами отсутствует. По существу введение указанного условия означает допущение о наличии контура положительной обратной связи в механизме формирования резерва: его величина зависит от ставки процента, которая, в свою очередь, обусловлена объемом средств, заложенных в этот резерв.

В данной статье будут рассмотрены некоторые случаи зависимости интенсивности начисления процента от размера нетто-резерва в рамках детерминистической модели с непрерывным временем. Основная цель состоит в выявлении изменений, связанных с той или иной формой зависимости по сравнению с традиционным вариантом оценки резерва. Анализ, содержащийся в статье, будет ограничен рассмотрением точных (не приближенных) решений в модели с непрерывным временем.

Оценка резерва для стандартного случая постоянной интенсивности начисления процента

Хорошо известно, что в модели с непрерывным временем динамика резерва описывается дифференциальным уравнением Тиле [3], предложенным в 1875 г.:

$$\frac{d\,{}_t\bar{V}}{dt} = P_t + \delta\,{}_t\bar{V} - \mu_x(t)\left(S_t - {}_t\bar{V}\right), \tag{2}$$

где P_t — поступление премии в момент времени t; $\mu_x(t)$ — интенсивность смертности в момент времени t лица в возрасте x; S_t — страховая сумма, выплачиваемая при наступлении страхового случая в момент времени t. Иными словами, прирост резерва по страхованию жизни равен разности между поступлениями (премии и инвестиционный доход) и расходами (ожидаемая рисковая сумма, т. е. превышение страховой суммы над уже накопленными резервами).

Решением дифференциального уравнения (2) при граничном условии ${}_0\bar{V} = 0$ является функция[3]

$${}_t\bar{V} = \int_0^t \left(P_\tau - S_\tau\mu_x(\tau)\right) e^{\int_\tau^t (\delta+\mu_x(u))du} d\tau, \tag{3}$$

которая соответствует обычному ретроспективному методу оценки резерва по страхованию жизни. Действительно, если ввести дополнительные обозначения $v = e^{-\delta}$ и

$$ {}_{z-y}p_{x+y} = e^{-\int_y^z \mu_x(\theta)d\theta} \qquad \text{при } z \geq y, $$

соответствующие Международной системе актуарных обозначений, то формулу (3) можно переписать в виде

$$ {}_t\overline{V} = \frac{1}{v^t\,{}_tp_x}\left(\int_0^t P_\tau v^\tau\,{}_\tau p_x d\tau - \int_0^t S_\tau v^\tau\,{}_\tau p_x \mu_x(\tau)d\tau\right). $$

В таком виде она представляет собой классическую ретроспективную формулу.

Если же взять граничное условие ${}_n\overline{V} = S_n$, где n — срок страхования, то решением будет функция

$$ {}_t\overline{V} = S_n e^{-\int_t^n(\delta+\mu_x(s))ds} + \int_t^n S_\tau \mu_x(\tau) e^{-\int_t^\tau(\delta+\mu_x(s))ds} d\tau - \int_t^n P_\tau e^{-\int_t^\tau(\delta+\mu_x(s))ds} d\tau, \tag{4} $$

которая отвечает перспективному методу. В общепринятых актуарных обозначениях формула (4) запишется как

$$ {}_t\overline{V} = \left(S_n v^{n-t}\,{}_{n-t}p_{x+t} + \int_t^n S_\tau v^{\tau-t}\,{}_{\tau-t}p_{x+t}\mu_x(\tau)d\tau\right) - \int_t^n P_\tau v^{\tau-t}\,{}_{\tau-t}p_{x+t}d\tau. $$

В таком виде она представляет собой классическую перспективную формулу.

Очевидно, решения (3) и (4) совпадут, если дисконтированный поток премий будет равен дисконтированному потоку ожидаемых выплат, что соответствует требованиям принципа эквивалентности. В частности, при дополнительном предположении о постоянстве премии ее можно выразить как

$$ P = \frac{S_n e^{-\int_0^n(\delta+\mu_x(s))ds} + \int_0^n S_\tau \mu_x(\tau) e^{-\int_0^\tau(\delta+\mu_x(s))ds} d\tau}{\int_0^n e^{-\int_0^\tau(\delta+\mu_x(s))ds} d\tau} \tag{5} $$

или в стандартных актуарных обозначениях

$$ P = \frac{S_n v^n\,{}_np_x + \int_0^n S_\tau v^\tau\,{}_\tau p_x \mu_x(\tau)d\tau}{\int_0^n v^\tau\,{}_\tau p_x d\tau}. $$

Формулы (2), (3), (4) и (5) легко обобщить на случай произвольной зависимости интенсивности начисления процента $\delta(t)$ от времени, а также от других факторов, не присутствующих в качестве параметров в дифференциальном уравнении (2). Если же рассмотреть какую-нибудь функциональную форму $\delta({}_t\bar{V})$ условия (1), то дифференциальное уравнение примет вид

$$\frac{d\,{}_t\bar{V}}{dt}=P_t+\delta\left({}_t\bar{V}\right){}_t\bar{V}-\mu_x(t)\left(S_t-{}_t\bar{V}\right), \tag{6}$$

а его решение будет более сложным. Далее уравнение (6) решается для двух конкретных видов зависимости $\delta({}_t\bar{V})$.

Оценка резерва для линейной зависимости интенсивности начисления процента от размера резерва

В данном разделе исследуется зависимость вида $\delta=k\,{}_t\bar{V}+r$. Это — самый простой тип зависимости, который следует рассматривать как основу для дальнейшего анализа. С учетом данной функции $\delta({}_t\bar{V})$ дифференциальное уравнение (6) примет вид

$$\frac{d\,{}_t\bar{V}}{dt}=k\,{}_t\bar{V}^2+\left(r+\mu_x(t)\right){}_t\bar{V}+P_t-\mu_x(t)S_t. \tag{7}$$

Оно представляет собой уравнение Рикатти, которое в общем виде неразрешимо в элементарных функциях. Тем не менее при дополнительных предположениях о виде функций P_t, S_t и $\mu_x(t)$ решение может быть найдено.

Предположим, что P_t и S_t постоянны, а интенсивности смертности подчиняются закону Гомперца–Мейкема $\mu_x(t)=A+Bc^{x+t}$. Указанные предположения хорошо согласуются со страховой практикой [3].

При сделанных предположениях и граничном условии ${}_0\bar{V}=0$ решение будет следующим:

$${}_t\bar{V}=-\frac{A+Be^{c(t+x)}-c+r+kS_t}{k}+$$
$$c\cdot\frac{\gamma W_1\left[\alpha+1,\beta,\frac{Be^{c(t+x)}}{c}\right]-\left(\frac{1}{2}+\alpha+\beta\right)W_2\left[\alpha+1,\beta,\frac{Be^{c(t+x)}}{c}\right]}{k\left\{\gamma W_1\left[\alpha,\beta,\frac{Be^{c(t+x)}}{c}\right]+W_2\left[\alpha,\beta,\frac{Be^{c(t+x)}}{c}\right]\right\}}, \tag{8}$$

где $W_1\left[\lambda,v,z\right]=\dfrac{\Gamma(2v+2)z^{v+\frac{1}{2}}e^{-\frac{z}{2}}}{\Gamma(v-\lambda+\frac{1}{2})\Gamma(v+\lambda+\frac{1}{2})}\displaystyle\int_0^1 u^{v-\lambda-\frac{1}{2}}(1-u)^{v+\lambda-\frac{1}{2}}e^{zu}du$ и

$W_2\left[\lambda,v,z\right]=\dfrac{z^{v+\frac{1}{2}}e^{-\frac{z}{2}}}{\Gamma(v-\lambda+\frac{1}{2})}\displaystyle\int_0^\infty u^{v-\lambda-\frac{1}{2}}(1-u)^{v+\lambda-\frac{1}{2}}e^{-zu}du$ — функции Уиттекера (Whittaker),

$\alpha=-\dfrac{1}{2}\dfrac{2kS_t-c+A+r}{c}$, $\beta=\dfrac{1}{2}\dfrac{\sqrt{(A+r)^2-4k(P_t-S_tA)}}{c}$ и

$$\gamma=-\frac{\left\{c\left(\frac{1}{2}+\alpha+\beta\right)W_2\left[\alpha+1,\beta,\frac{Be^{cx}}{c}\right]+\left(A+Be^{cx}-c+r+kS_t\right)W_2\left[\alpha,\beta,\frac{Be^{cx}}{c}\right]\right\}}{\left\{\left(A+Be^{cx}-c+r+kS_t\right)W_1\left[\alpha,\beta,\frac{Be^{cx}}{c}\right]-cW_1\left[\alpha+1,\beta,\frac{Be^{cx}}{c}\right]\right\}}$$ — технические

константы. Дополнительное условие, связанное с тем, что уравнение (6) при $t=n$ должно давать ${}_n\bar{V}=S_n$, может быть использовано для оценки премии и других параметров уравнения.

Решение (8) существенно сложнее решения (3). В частности, по этой причине их сложно сравнивать в общем виде. Поэтому сравнение будет проводиться численно. Для простоты рассмотрим договор смешанного страхования жизни с постоянными премиями: $S_t = 1$ для всех $t \in [0, n]$ и $P_t = \underset{t\in[0,n]}{\mathrm{const}}$. Кроме того, возраст застрахованного на момент заключения договора x установим в 30 лет, а срок страхования n — в 10 лет. Для описания смертности возьмем следующие числовые параметры:

$$A = 0{,}006062,\ B = 0{,}000215 \text{ и } c = 0{,}080334,$$

которые соответствуют реальному характеру смертности в С.-Петербурге в начале 1990-х годов [4]. Будем оценивать параметры линейной функции интенсивности начисления процента как $k = 0{,}01$ и $r = 0{,}07$, т. е. интенсивность меняется от 0,07 в начале срока страхования до 0,08 — в конце. Тогда постоянная премия будет равна 0,072682 (на единицу страховой суммы). Для сравнения возьмем постоянные интенсивности начисления процента, равные 0,070, 0,075 и 0,080. Разности между резервом для постоянной интенсивности и резервом для линейной интенсивности приведены на рис. 1.

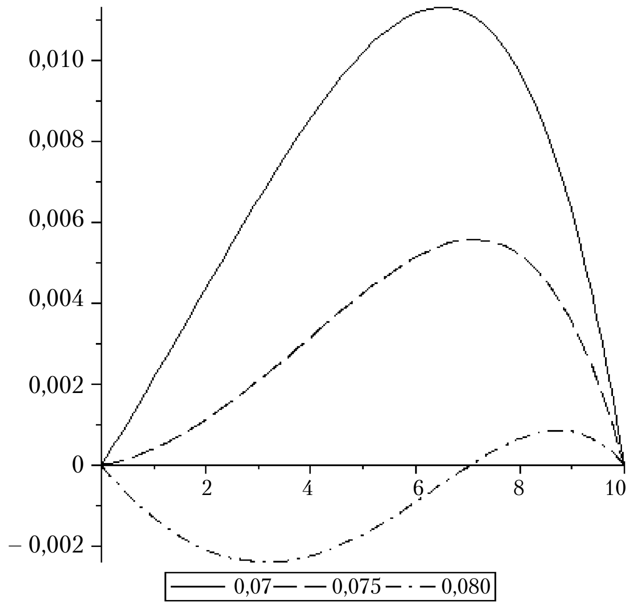

Рис. 1. Разности резервов по страхованию жизни при постоянной и линейной интенсивностях начисления процента.

При небольших ставках процента резерв при постоянных интенсивностях всегда больше резерва при переменных интенсивностях, а при больших ставках — сначала меньше, а потом больше. Это можно объяснить в первом случае тем, что выпуклость графика, описывающего во времени резерв с небольшой постоянной интенсивностью, меньше, а за счет более высокой премии график указанного резерва будет лежать выше. Во втором случае сначала резерв с постоянной интенсивностью отстает за счет меньшего прироста вследствие меньшей премии, а затем обгоняет резерв с переменными интенсивностями, так как скорость изменения его прироста увеличивается из-за более высокого инвестиционного дохода.

В этой связи представляется интересным вопрос о граничном значении постоянной интенсивности начисления процента, при котором резерв с постоянной интенсивностью не может быть меньше резерва с переменной интенсивностью. Для ответа на данный вопрос необходимо найти значение, при котором производная разности равна нулю в точке $t = 0$. Иными словами, следует решить уравнение

$$\left.\frac{d\,{}_t\bar{V}^{cl}}{dt}\right|_{t=0} = \left.\frac{d\,{}_t\bar{V}^{lin}}{dt}\right|_{t=0},$$

где ${}_t\bar{V}^{cl}$ — резерв из уравнения (2), а ${}_t\bar{V}^{lin}$ — резерв из уравнения (7). Подставляя соответствующие выражения из указанных формул и учитывая граничное условие ${}_0\bar{V}^{cl} = {}_0\bar{V}^{lin} = 0$, сводим исходное уравнение к виду $P^{cl}(\delta) = P^{lin}$, где $P^{cl}(\delta)$ — классическая премия (5), рассмотренная как функция интенсивности начисления процента δ, а P^{lin} — премия для случая линейной интенсивности (в нашем примере константа). Данное уравнение относительно δ сводится к интегральному уравнению Фредгольма, которое имеет решение при достаточно жестких условиях. Поэтому далее решение получено в численной форме: граничное значение будет равно 0,075681.

Оценка резерва для кусочно-постоянной зависимости интенсивности начисления процента от размера резерва

Другим важным частным случаем функции $\delta({}_t\bar{V})$ является кусочно-постоянная функция вида

$$\delta({}_t\bar{V}) = \begin{cases} \delta_0, & {}_t\bar{V} < V_0, \\ \delta_1, & {}_t\bar{V} \ge V_0, \end{cases} \tag{9}$$

где $V_0>0$ — критический уровень нетто-резерва, $0<\delta_0<\delta_1$. Этот пример значим для практики, так как позволяет проанализировать влияние шока (резкого изменения) процентных ставок на величину резерва по страхованию жизни.

В начальный момент времени $t = 0$ значение нетто-резерва равно 0, поэтому при малых t имеет место ${}_t\bar{V} < V_0$. Следовательно, первое время функция ${}_t\bar{V}$ удовлетворяет уравнению вида (2) с $\delta = \delta_0$ при граничном условии ${}_0\bar{V} = 0$. Решение этого уравнения задается формулой (3). В частности, ясно, что значение нетто-резерва растет и достигает критического значения V_0 в некоторый момент времени t_0. Начиная с этого момента времени ${}_t\bar{V}$ описывается уравнением вида (2) с $\delta = \delta_1$ при граничном условии ${}_{t_0}\bar{V} = V_0$. Заметим, что от замены δ_0 на δ_1 правая часть уравнения (2) увеличивается, т. е. увеличивается значение производной нетто-резерва. Иными словами,

$$\left.\frac{d_t\bar{V}}{dt}\right|_{t=t_0+0} > \left.\frac{d_t\bar{V}}{dt}\right|_{t=t_0-0} \ge 0.$$

В частности, после прохождения критического значения нетто-резерв продолжает расти и для любого $t > t_0$ выполнено ${}_t\bar{V} > V_0$. Заметим также, что условие

$$\left.\frac{d\,{}_t\bar{V}}{dt}\right|_{t=t_0+0} \ne \left.\frac{d_t\bar{V}}{dt}\right|_{t=t_0-0}$$

означает, что первая производная функции нетто-резерва имеет разрыв в точке $t = t_0$.

А значит, в момент достижения значения уровня V_0 кривая размера нетто-резерва будет иметь излом.

Таким образом, решением уравнения (6) с учетом (9) будет функция вида

$$
{}_t\overline{V} = \begin{cases} \int\limits_0^t \left(P_\tau - S_\tau \mu_x(\tau)\right) e^{\int_\tau^t (\delta_0 + \mu_x(s))\,ds}\, d\tau, & t < t_0, \\ V_0 e^{\int_{t_0}^t (\delta_1 + \mu_x(\tau))\,d\tau} + \int\limits_{t_0}^t \left(P_\tau - S_\tau \mu_x(\tau)\right) e^{\int_\tau^t (\delta_1 + \mu_x(s))\,ds}\, d\tau, & t \geq t_0. \end{cases} \tag{10}
$$

Данная формула зависит от двух неизвестных параметров P_τ и t_0, которые можно найти из дополнительных условий ${}_{t_0}\overline{V} = V_0$ для первой строки формулы (10) и ${}_n\overline{V} = S_n$ — для второй. В результате получим следующую систему уравнений относительно неизвестных P_τ и t_0:

$$
\begin{cases} \int\limits_0^{t_0} \left(P_\tau - S_\tau \mu_x(\tau)\right) e^{\int_\tau^{t_0} (\delta_0 + \mu_x(s))\,ds}\, d\tau = V_0, \\ e^{\int_{t_0}^n (\delta_1 + \mu_x(\tau))\,d\tau} \left(V_0 + \int\limits_{t_0}^n \left(P_\tau - S_\tau \mu_x(\tau)\right) e^{-\int_{t_0}^\tau (\delta_1 + \mu_x(s))\,ds}\, d\tau \right) = S_n. \end{cases}
$$

Решить данную систему аналитически не представляется возможным, но для частных случаев решение (т. е. значения P_τ и t_0) можно получить численно. Так, продолжая численный пример из предыдущей части с кусочно-постоянной функцией

$$
\delta({}_t\overline{V}) = \begin{cases} 0{,}07, & {}_t\overline{V} < 0{,}5, \\ 0{,}08, & {}_t\overline{V} \geq 0{,}5, \end{cases}
$$

получим $t_0 = 6{,}114814$ и $P = 0{,}072615$.

Вновь рассмотрим разность между резервами, рассчитанными для постоянной и для кусочно-постоянной интенсивностей начисления процента. Графики разностей приведены на рис. 2.

Для небольших значений постоянной интенсивности резерв, рассчитанный на основе постоянных ставок, больше резерва для кусочно-постоянного случая. Для больших значений постоянной интенсивности он может быть некоторое время меньше. Это также объясняется тем, что для небольших значений интенсивности прирост резерва с постоянной интенсивностью будет больше в начале срока страхования за счет большего значения премии, что затем компенсируется скачком интенсивности для резерва с переменным начислением процентов. В результате одна кривая резерва будет всегда лежать над другой. В случае больших величин интенсивности первоначальный прирост резерва с постоянной интенсивностью будет меньше за счет меньшей премии, а затем прирост увеличится в связи с более высоким инвестиционным доходом. Последующий скачок интенсивности еще более усилит этот эффект.

Определим граничное значение постоянной интенсивности начисления процента, которое определяет условие, что традиционный резерв всегда будет больше резерва при

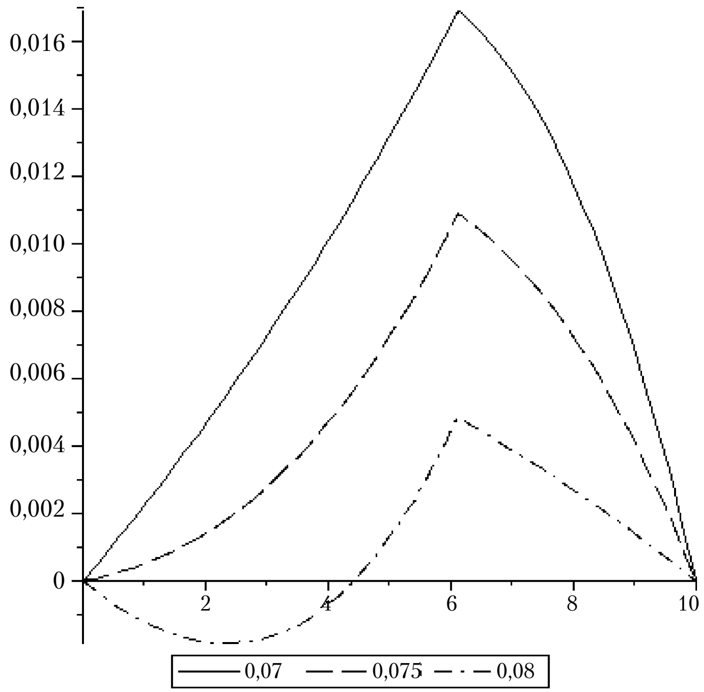

Рис. 2. Разности резервов по страхованию жизни при постоянной и кусочно-постоянной интенсивностях начисления процента.

однократном изменении начисления процента. Аналогично предыдущему примеру решаем уравнение

$$\left.\frac{d\,{}_t\bar{V}^{cl}}{dt}\right|_{t=0} = \left.\frac{d\,{}_t\bar{V}^{pw}}{dt}\right|_{t=0},$$

где ${}_t\bar{V}^{pw}$ — резерв из уравнения (10). Он также сводится к уравнению $P^{cl}(\delta) = P^{pw}$, где P^{pw} — премия для случая кусочно-постоянной интенсивности (в данном случае константа). Решая уравнение численно, получаем величину интенсивности 0,075866.

Данный случай с кусочно-постоянной интенсивностью начисления процента может быть относительно легко обобщен на ситуацию с любым числом скачков. Результаты будут аналогичными с учетом необходимости «склеивать» несколько участков оцениваемой кривой резерва по страхованию жизни.

Заключение

Таким образом, наличие зависимости интенсивности начисления процента от величины резерва по страхованию жизни (например, вследствие условий инвестирования) существенно усложняет формулы расчета резерва. В ряде случаев (например, для линейной модели) подобное усложнение будет достаточно серьезно для того, чтобы решение могло быть получено на практике только в численной форме, так как аналитическая форма включает в себя интегральные выражения.

Тем не менее даже на основе таких, не вполне операциональных результатов можно получить интересные выводы относительно поведения резерва по страхованию жизни. В частности, найдены условия, при которых один резерв будет заведомо больше другого. Подобные результаты важны для проведения некоторых типов финансового прогнозирования и обоснования финансовой устойчивости операций страхования жизни: можно указать априорные условия для таких изменений ставки процента, при которых совокупные резервы по страхованию жизни не уменьшатся.

---

[1] Модель с плоской кривой процентных ставок была разработана актуариями в XVIII в. и считается базовой. Соответствующие формулы могут быть легко обобщены для произвольной зависимости размера ставок от времени (включая кривые с повышающимися ставками при увеличении срока вложения средств). Выводы таких обобщенных формул обычно даются студентам в качестве упражнений (хотя сами манипуляции с формулами не освобождают от обсуждения лежащего в основе экономического процесса), так что в данной статье подобные вопросы не рассматриваются.

[2] Использование подходящего случайного процесса считается достаточным для адекватного описания процентных рисков. В этом смысле происходит конвергенция страховых (актуарных) и финансовых моделей (см., напр.: [5]).

[3] Данное и ряд последующих равенств хорошо согласуются с идеями так называемой «модели дисконтированных денежных потоков», которая является базовой при финансовом моделировании. В этом смысле можно утверждать, что предлагаемый актуарный подход представляет собой частный случай теории финансирования и инвестирования. Тем не менее соответствующие подходы были разработаны актуариями в XVIII–XIX вв., т. е. задолго до того, как в финансовой сфере под влиянием неоклассической ортодоксии сложился консенсус по поводу оценки на основе дисконтированных денежных потоков. Относительно финансовой точки зрения на дисконтированные денежные потоки существует обширная литература, дать полный обзор которой не представляется возможным. В качестве примера можно привести работы: [6; 7].

---

1. *Booth P.* et al. Modern Actuarial Theory and Practice. London: Chapman&Hall/CRC, 1999. 716 p.
2. Understanding Actuarial Management: the actuarial control cycle / Ed. by C. Bellis, J. Shepherd and R. Lyon. Sydney: Institute of Actuaries of Australia, 2003. 462 p.
3. *Бауэрс Н.* Актуарная математика / Пер. с англ. М.: Янус-К, 2001. 656 с.
4. *Кудрявцев А. А.* Демографические основы страхования жизни. СПб.: Институт страхования, 1998. 237 с.
5. *Мельников А. В.* О единстве количественных методов расчетов в финансах и страховании // Труды МИАН. 2002. Т. 237. С. 57–79.
6. *Валдайцев С. В.* Оценка интеллектуальной собственности. М.: Экономика, 2009. 471 с.
7. *Elton E.J.* et al. Modern Portfolio Theory and Investment Management: 7th ed. Hoboken: Wiley, 2007. 728 p.

Статья поступила в редакцию 6 сентября 2010 г.