

УДК 519.6

*В. В. Холодкова***МОДЕЛИРОВАНИЕ ОЦЕНКИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО РЕАЛИЗУЕМЫХ ИНВЕСТИЦИЙ С УЧЕТОМ ТЕМПА РОСТА ДОХОДОВ**

Интересной задачей по оценке инвестиционных альтернатив является оценка инвестиционных последовательностей. Такие последовательности возникают довольно часто в производственных циклах, в связи с заменой оборудования, заменой транспортных средств, в вопросах развития бизнеса и расширения деятельности предприятия. Применение традиционных методов оценки инвестиций к последовательностям инвестиционных проектов дает новые возможности по оценке альтернатив и принятию верных решений в условиях учета предыдущих и последующих реализаций инвестиционных проектов. Такие инвестиционные последовательности подробно описаны в книге Луца Крушвица [1, с. 134–135].

Задачи по оценке последовательностей инвестиций могут быть разделены на несколько видов в зависимости от типов последовательностей, которые возникают в конкретном случае.

Один из наиболее интересных вариантов — последовательность идентичных проектов во времени [1, с. 134]. Интерес к этому варианту последовательностей обоснован тем, что для нее возможно решение задачи как на конечном, так и на бесконечном интервале времени, кроме того, возможна формализация ряда вычислительных формул, а следовательно, простая автоматизация процесса вычисления различных показателей для таких последовательностей — сроков, ставок и проч.

Такой вариант называют идентичной инвестиционной цепочкой. Примером этой цепочки может служить последовательность проектов, требующих решения о замене транспортного средства, где выбор срока замены осуществляется на основании критерия максимизации чистой настоящей стоимости цепочки. Поток от такой инвестиции определяется как доходы от использования транспортного средства за вычетом затрат

Виктория Владимировна ХОЛОДКОВА — канд. экон. наук, старший преподаватель кафедры экономической кибернетики СПбГУ. В 1999 г. окончила Экономический факультет СПбГУ, в 2003 защитила кандидатскую диссертацию. Сфера научных интересов — оценка инвестиционных решений и принятие инвестиционных решений в условиях неопределенности. Автор 10 научных статей и методических пособий.

© В. В. Холодкова, 2010

на обслуживание и ремонт соответствующего транспорта, первоначальным вложением являются затраты на его приобретение.

Другим вариантом цепочек является вариант, когда последовательность проектов характеризуется различными денежными потоками [1, с. 135]. Решение таких задач возможно исключительно на конечном периоде. Как правило, оно осуществляется методом полного перебора вариантов.

В некоторых случаях для проектов развития деятельности предприятия существует возможность привести последовательность неидентичных проектов к виду последовательности из идентичных проектов путем введения дополнительных параметров в расчет. Это возможно в случае, когда экспертным путем оценивается наличие возможности увязать значения чистой настоящей стоимости проектов на основании закономерности изменения доходов по ним во времени. Это позволяет применить формулы расчетов оптимального периода использования для идентичных последовательностей.

Рассмотрим более подробно такую задачу по оценке оптимального периода использования инвестиционных проектов [2, с. 315] в цепочке для неидентичных последовательностей, денежные потоки которых, однако, можно свести к потокам идентичных проектов путем введения некоторых коэффициентов прироста доходов от инвестиций во времени.

Идентичные инвестиционные цепочки представляют собой некоторое предприятие с бесконечным сроком функционирования. Все денежные потоки следующих друг за другом инвестиционных проектов — одинаковые (без учета корректировок на темп роста). Как правило, перед инвестором стоит задача реализовать инвестиционную цепочку для проектов с оптимальным периодом использования проекта внутри цепочки (как оптимальную инвестиционную стратегию).

Критерий выбора наилучшей инвестиционной стратегии инвестора состоит в том, чтобы реализовать идентичную цепочку инвестиций с наибольшим положительным значением чистой настоящей стоимости, в зависимости от срока использования инвестиционного проекта внутри цепочки.

Максимально возможный срок осуществления каждого проекта $T+I$ год. Обозначим чистую настоящую стоимость инвестиционной цепочки через NPV_c .

CF_t — компонента денежного потока в t — период времени;

T — период использования проекта, $t \in \{0 \dots T\}$;

k — ставка дисконтирования;

n — номер реализуемого проекта (для конечной цепочки $n \in \{0 \dots N\}$).

Для определения чистой настоящей стоимости инвестиционной цепочки чистые настоящие стоимости отдельных проектов суммируются [3, с. 133]:

$$NPV_c = NPV^{(1)} + NPV^{(1)}(1+k)^{-T} + \dots + NPV^{(1)}(1+k)^{-nT} + \dots = \frac{(1+k)^T NPV^{(1)}}{(1+k)^T - 1} \rightarrow \max. \quad (1)$$

Все проекты такой инвестиционной цепочки имеют одинаковую продолжительность и реализуются с одинаковым интервалом времени.

Однако идентичность проектов не означает, что денежные потоки по проектам полностью равны.

Необходимо отметить, что реализация инвестиционной последовательности, как правило, сильно растягивается во времени, что затрудняет приведение проектов в идентичный вид. Это связано с рядом факторов, которые влияют на все экономические параметры,

а именно наличие научно-технического прогресса, инфляционных процессов в экономике и др. Некоторые из них можно учесть в виде простых корректировок на темп роста денежных потоков в будущем, т. е. рост в следующем периоде по отношению к периоду предыдущему.

Темп роста денежных потоков (доходов) может принимать следующие значения:

$$1. 0 < g < k$$

Применение такого темпа роста денежных потоков (доходов) необходимо для корректировки проектов на возможные научно-технические разработки, если речь идет о цепочке проектов по замене оборудования, станков и прочих технических средств, подверженных модернизации, учета инфляционных процессов в экономике и проч.

$$2. -1 < g < 0$$

В данном случае темп роста может быть также интерпретирован как снижение денежных поступлений в зависимости от наличия эффективной стратегии развития проекта.

$$3. g > k$$

Для такого случая предполагается очень высокий темп роста дохода от проекта, и идентичная инвестиционная последовательность не имеет конечной суммы.

Такие задачи могут возникать в ситуациях, когда речь идет о периодическом переоборудовании производственных мощностей с сохранением типа выпускаемой продукции. При этом переоборудование предполагает необходимость разработки дополнительной проектной документации, проведения научно-технических работ, что увеличивает начальные инвестиционные затраты. Таким образом, задача сводится к следующей.

В начальный период времени осуществляется некоторый базовый инвестиционный проект. Далее по завершении базового проекта проводятся научно-технические разработки, которые позволяют повысить эффективность использования основных средств проекта, но требуют дополнительных затрат, и т. д. по завершении каждого проекта.

Приведем пример: если речь идет о замене технологического оборудования на производственном предприятии, очевидно, что оборудование, приобретаемое через несколько лет, модернизировано по сравнению с оборудованием прошлых лет, что позволяет также получить более высокий доход.

Сформулируем решаемую задачу следующим образом.

Имеется набор идентичных проектов замены оборудования, необходимо определить оптимальный период использования проекта в последовательности проектов при условии, что чистая настоящая стоимость проектов меняется во времени с темпом роста g .

Система значений чистой настоящей стоимости проектов замены выглядит следующим образом:

$$NPV^{(2)} = NPV^{(1)}(1 + g),$$

$$NPV^{(3)} = NPV^{(2)}(1 + g) = NPV^{(1)}(1 + g)^2,$$

и т. д.

Суммарная чистая настоящая стоимость инвестиционной последовательности идентичных проектов при определении оптимального периода использования проекта максимизируется при изменении времени использования проекта $t \in \{1 \dots T\}$.

Для варианта идентичной цепочки на конечном интервале времени

$$NPV^C = NPV_1 + NPV_1(1 + k)^{-T}(1 + g) + \dots + NPV_1(1 + k)^{-TN}(1 + g)^N = \quad (2)$$

$$= \sum_{n=0}^N \frac{NPV_1(1 + g)^n}{(1 + k)^{nT}} \rightarrow \max.$$

Для варианта идентичной цепочки на бесконечном интервале времени

$$NPV^C = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{NPV_1(1+g)^n}{(1+k)^{nT}} = \frac{NPV_1(1+k)^T}{(1+k)^T - (1+g)} \rightarrow \max, \quad (3)$$

где g — темп роста (корректировка) денежных потоков по проекту, который в случае конечной цепочки может приниматься различным по периодам.

Однако внутри общих формул применения темпов роста денежного потока могут быть заложены различные зависимости для роста. Это может стать полезным для специалиста, прогнозирующего потоки, например, для различных вариантов прогнозов — оптимистичный, нейтральный, пессимистичный, также для разного рода других исследований по выбору оптимальных цепочек проектов.

Темп роста различных проектов обусловлен характером проекта, отраслью, в которой он осуществляется, иными экономическими прогнозами. Например, для быстро растущих отраслей, таких как информационные технологии, темп роста может быть достаточно высоким, для отраслей стабильных, таких как машиностроение, темп роста должен быть очень незначительным.

Ниже рассмотрим возможные варианты темпов роста проектов.

Варианты темпа роста:

1. Темп роста, предполагающий равномерный (линейный) рост по отношению к первой компоненте $(1+tg)$

$$NPV_{\mu}^K = NPV_1 + NPV_1(1+k)^{-T}(1+g) + \dots + NPV_1(1+k)^{-TN}(1+Ng) = \sum_{n=0}^N \frac{NPV_1(1+ng)}{(1+k)^{nT}}. \quad (4)$$

Такой темп роста может быть применен для конечной последовательности инвестиционных проектов. Это темп роста задает самый низкий рост денежного потока по проекту, что характерно для проектов, дающих несущественный рост, характерный для стабильных отраслей, находящихся в стадии равномерного развития.

2. Темп роста, предполагающий равномерный рост по отношению к предыдущей компоненте $(1+q)^t$ при $k > g$.

На конечном интервале времени от 0 до T расчет стоимости последовательности проектов сводится к формуле (2).

Расчет по такому виду темпа роста возможен также и для бесконечной последовательности инвестиционных проектов, при соблюдении ряда стандартных условий, а именно при $k > g$ (см. формулу (3)).

Этот темп роста задает самый высокий рост денежного потока по проекту, что характерно для проектов в компьютерной отрасли, ИТ, для любых активно растущих отраслей. В целом этот темп роста является самым простым в использовании.

В случае если на первых стадиях предполагается достаточно активный темп роста (до момента времени n_1), целесообразным является введение двойного темпа роста, что усложняет решение задачи, а именно: применение повышенного темпа роста на конечном интервале времени ($n \in \{0 \dots n_1\}$), а далее с последующих периодов применение формулы (3).

$$NPV^C = \sum_{n=0}^{n_1} \frac{NPV_1(1+g_1)^n}{(1+k)^{nT}} + \sum_{n=n_1+1}^{\infty} \frac{NPV_1(1+g_2)^n(1+g_2)^n}{(1+k)^{nT+n_1}} = \frac{NPV_1((1+k)^{TN} - (1+g_1)^N)}{((1+k)^T - (1+g_1))(1+k)^{T(N-1)}} + \frac{NPV_1(1+g_1)^{n_1}(1+k)^T}{(1+k)^T - (1+g_2)}, \quad (5)$$

где n_1 – количество проектов, для которых применяется повышенный (пониженный) темп роста;

g_1 – темп роста для первых n_1 проектов;

g_2 – темп роста потоков инвестиционных проектов на бесконечном интервале времени с момента n_2T .

Такой расчет позволяет внести более точные значения денежных потоков инвестиционных потоков в прогнозном периоде.

Соответственно, денежные потоки по первому проекту в цепочке могут быть представлены следующим образом (остальные потоки получаются из первого путем умножения вектора на темп роста потоков во времени): CF = (–1 500 000, 480 000, 450 000, 420 000, 400 000, 380 000, 250 000, 150 000, 45 000, 5000).

Табл. 1 представляет собой расчет стоимости инвестиционного проекта в графе (2) по периодам возможной длительности реализации проекта (1). Из таблицы видно, что реализация отдельного проекта оптимальна полное количество периодов, т. е. до конца срока реализации. По критерию максимизации чистой настоящей стоимости отдельного проекта оптимальный срок реализации составляет десять лет. Однако с учетом будущих доходов от возможности реализации проекта в инвестиционной цепочке срок оптимального использования проекта (также по критерию максимизации значения чистой настоящей стоимости всей последовательности инвестиционных проектов) укорачивается на один период и составляет девять лет.

Таблица 1

Чистая настоящая стоимость проектов в инвестиционной цепочке

Период использования проекта в последовательности	NPV отдельного проекта	Коэффициент увеличения стоимости	NPV последовательности в целом
10-й	98 493	1,193	118 606
9-й	97 685	1,240	122 643
8-й	88 964	1,303	117 708
7-й	54 079	1,387	76 495
6-й	–15 691	1,504	–24 202
5-й	–142 953	1,672	–247 311
4-й	–303 704	1,931	–615 240
3-й	–506 250	2,374	–1 290 265
2-й	–766 667	3,273	–2 830 769
1-й	–1 100 000	6,000	–8 800 000

Такой пример наглядно показывает порядок расчета оптимального периода использования проекта и дает общее представление об основных закономерностях.

Кроме того, важной вариацией использования темпов роста доходов будет непрерывная реализация инвестиционной последовательности. В данном случае можно анализировать вариант роста доходной составляющей денежного потока, без увеличения инвестиционной составляющей и рассматривать это как ежепериодное выделение средств на дополнительные научно-исследовательские разработки, которые оказывают положительное влияние на рост денежных потоков от проекта.

Для получения оптимального периода использования проекта в инвестиционной цепочке необходимо максимизировать значение чистой настоящей стоимости цепочки по

возможному периоду реализации. Все ее проекты имеют одинаковую длительность и идентичные денежные потоки доходов с точностью до темпа роста проекта во времени.

При определении текущей стоимости предприятия (чистой настоящей стоимости бесконечной цепочки идентичных проектов) можно воспользоваться формулой бесконечно убывающей геометрической прогрессии, поскольку проекты, как и в случае дискретного времени, реализуются последовательно во времени. Получаем формулу для расчета чистой настоящей стоимости инвестиционной последовательности на бесконечном интервале времени:

$$NPV(T) = \frac{NPV}{1 - e^{-kT}} = \frac{I_0 + \int_0^T CF(t)e^{-kt} dt}{1 - e^{-kT}} \rightarrow \max. \quad (6)$$

Темп роста доходов представляет собой рост денежного потока во времени для всего проекта по отношению к предыдущему проекту, т. е. денежный поток для второго проекта выглядит следующим образом:

$$CF_2(t) = CF(t)e^{g}, \quad (7)$$

где g — темп роста денежных потоков проекта во времени.

Денежный поток N -го проекта представляет собой

$$CF_N(t) = CF(t)e^{Ng}. \quad (8)$$

Такое представление денежного потока учитывает модернизацию оборудования со временем, т. е. позволяет применять достижения научно-технического прогресса. Прогнозирование научно-технического прогресса является отдельной довольно сложной задачей, которая решается для разных отраслей и областей экономики по-разному. Существуют многочисленные модели его моделирования, однако для целей оценки инвестиционных решений можно использовать более простой вариант его учета, а именно включение в расчеты темпа роста, моделируя научно-технический прогресс величиной роста и динамикой его изменений.

Формула, учитывающая темп роста проекта во времени, выглядит следующим образом:

$$NPV(T) = \frac{NPV}{1 - e^{(g-k)T}} = \frac{I_0 + \int_0^T CF(t)e^{-(k+g)t} dt}{1 - e^{(g-k)T}} \rightarrow \max, \quad (9)$$

где g — темп роста проекта во времени.

Рассмотрим возможную технологию расчета чистой настоящей стоимости инвестиционной последовательности в непрерывном времени на примере.

Предположим, инвестор приобретает оборудование, использование которого предполагает периодическую его замену при функционировании предприятия. Необходимо определить оптимальный период использования оборудования (периодичность замены оборудования) в последовательности проектов по замене при условии, что с увеличением длительности его использования затраты на его обслуживание растут, соответственно, доходность от использования падает.

При этом доходная составляющая денежных потоков и величина прочих затрат постоянны в течение всего проекта. Также для данного проекта на интервале от начала осуществления проекта до конца первого периода денежные потоки линейно зависят

от времени (см. (11)). В дальнейшем зависимость затрат на ремонт и обслуживание (Z_t) зависит от времени следующим образом:

$$Z_t = 15,7(t - 1)^2. \quad (10)$$

Была определена функция денежных доходов от времени. На ее основании рассчитана чистая настоящая стоимость инвестиционной последовательности для различных сроков использования инвестиционного проекта. Она рассчитывается по формуле (9), определенной с учетом соотношения (10) для затрат на ремонт и обслуживание оборудования

$$NPV_y = \frac{-I_0 + \int_0^1 638\,785te^{-kt} dt + \int_1^T (708\,785 - 11\,007(t-1)^2)e^{-tk} dt}{1 - e^{-Tk}}. \quad (11)$$

Интегралы из формулы (11) можно выразить в явной форме – самая сложная из компонент представляет собой следующий интеграл [4, с. 348]:

$$\begin{aligned} \int e^{ax} x^2 dx &= \int \frac{x^2}{a} de^{ax} = \frac{x^2}{a} e^{ax} - \int e^{ax} \frac{2x}{a} dx = \frac{x^2}{a} e^{ax} - \left(\int \frac{2x}{a^2} de^{ax} \right) = \\ &= \frac{x^2}{a} e^{ax} - \left(\frac{2x}{a^2} e^{ax} - \frac{2}{a^2} \int e^{ax} dx \right) = \frac{x^2}{a} e^{ax} - \frac{2x}{a^2} e^{ax} + \frac{2}{a^3} e^{ax} = e^{ax} \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) + C. \end{aligned} \quad (12)$$

Остальные являются более простыми случаями интеграла, представленного в формуле (12).

Для такого варианта зависимости денежных потоков от времени был рассчитан оптимальный период использования проекта в инвестиционной цепочке как с использованием темпа роста денежных доходов, так и без них.

Максимальный период использования проекта в инвестиционной цепочке равен 10 годам (максимальный срок службы оборудования средства). В соответствии с рассматриваемыми экономическими условиями ставка дисконтирования принимается на уровне 25%. Вопрос определения ставки дисконтирования – отдельная сложная задача, для данного примера ее значение не является определяющим, поэтому ставка выбирается без обоснования ее величины. Темп роста проектов, заложенный в цепочке, составляет 5% на всем интервале времени. Поясним: наличие темпа роста означает, что каждый следующий проект требует дополнительных средств в качестве инвестиций, но также будет приносить больший доход в дальнейшем (табл. 2).

В расчетах можно установить, что оптимальный период использования для отдельного проекта – девять лет, для проекта в идентичной последовательности проектов – десять лет. Однако при введении в расчет темпа роста денежных доходов от реализации последующих проектов оптимальным периодом для отдельного проекта становится период, равный восьми годам, а для проекта в последовательности проектов – девяти годам.

Можно отметить ряд положений, которые необходимо учитывать при проведении расчетов по определению оптимального периода использования проекта внутри последовательности проектов. В первую очередь необходимо помнить, что срок оптимального использования инвестиционного проекта больше или равен сроку оптимального периода использования проекта в последовательности проектов. Это видно также и в предложенном примере – срок реализации отдельного проекта составляет десять лет, в то время

Чистая настоящая стоимость проектов в инвестиционной цепочке

Период использования проекта в последовательности	<i>NPV</i> отдельного проекта	<i>NPV</i> последовательности в целом	<i>NPV</i> отдельного проекта, с темпом роста доходов $g = 5\%$	<i>NPV</i> последовательности с темпом роста доходов $g = 5\%$ в целом
10-й	821 732	1 160 282	895 216	1 341 887
9-й	827 468	1 134 809	924 958	1 359 540
8-й	813 799	1 081 191	941 173	1 354 700
7-й	772 624	992 149	935 124	1 316 890
6-й	693 767	859 435	893 028	1 229 862
5-й	564 725	673 946	791 491	1 066 166
4-й	370 518	425 991	586 152	773 585
3-й	93 741	105 764	177 662	234 412
2-й	-285 032	-295 884	-724 407	-897 488
1-й	-515 405	-1 025 538	-2 330 050	-5 657 543

как срок осуществления проекта в цепочке меньше — девять лет. Важно, что при изменении данных по проекту разница между этими сроками может возрастать. И, соответственно, нахождение срока для отдельного проекта не является ответом на вопрос об оптимальном сроке реализации проекта в цепочке, оно будет представлять собой лишь верхнюю границу для такого срока. Это обусловлено тем, что инвестору может оказаться выгоднее прекратить реализацию проекта, который хотя и продолжает приносить положительный доход, но в сравнении с реализацией следующего проекта становится невыгодным. Таким образом, инвестор, отказываясь от реализации казалось бы выгодной сегодня альтернативы, в целом получит выигрыш больший. Выигрыш в данном случае определяется как величина чистой настоящей стоимости проектов или последовательности проектов. Наличие в проектах темпа роста увеличивает денежные потоки компании и, следовательно, также может укорачивать срок полезного использования проекта в инвестиционной последовательности.

Кроме того, можно отметить, что определение оптимального срока использования возможно и в непрерывном времени. Если удастся построить функцию зависимости денежных потоков от времени, то можно провести расчет оптимального срока в условиях непрерывных денежных потоков и получить более точный результат, максимально приближенный к реальной ситуации. В данном случае необходимо уточнить, что для нахождения срока использования проекта построенная функция должна удовлетворять ряду условий, а именно — быть непрерывной, дифференцируемой, иначе придется искать нестандартные варианты решения задач на непрерывном времени.

Самой важной остается проблема их дальнейшей реализации на практике. Возникает ряд вопросов, связанных с прогнозированием денежных потоков, темпов роста и ставок дисконтирования. Прогнозирование денежного потока, прогнозирование ставки дисконтирования является отдельным вопросом, поскольку зависит от типа проекта, места его реализации, отрасли и прочих параметров проектов, а также ряда субъективных факторов, которые влияют на определение этих величин. В данном примере денежные потоки рассматриваются как заданные, а выбор ставки дисконтирования не оказывает определяющего влияния на демонстрируемый результат.

Применение того или иного варианта темпов роста также зависит от оценки конкретным исследователем типа проекта, экономической ситуации при реализации проекта, отрасли проекта (быстро развивающаяся, стабильная, стагнирующая), характеристики новизны данного проекта и ряда прочих факторов. Однако можно в целом обозначить основные тенденции применения предложенных вариантов для различных экономических ситуаций. Так, ускоренные темпы роста могут применяться для динамично развивающихся отраслей (информационные технологии, компьютерные технологии, высокотехнологичное производство), стабильные темпы роста используются для отраслей, демонстрирующих постоянное развитие. Отсутствие темпа роста, как правило, рассматривается в отраслях неперспективных, стагнирующих.

Необходимо также отметить ряд проблем, возникающих при решении таких задач. Серьезной проблемой определения оптимального периода использования проекта в конечной инвестиционной цепочке является переменный срок всей последовательности при изменении длительности использования проекта внутри нее. Это приводит к необходимости искать способы приведения общего срока последовательности проектов, добавления проектов и использовать иные методы сопоставления последовательностей проектов.

1. *Крушвиц Л.* Инвестиционные расчеты / Пер. с нем. Под ред. В. В. Ковалева, З. А. Сабова. СПб.: Питер, 2001.

2. *Бирман Г., Шмидт С.* Экономический анализ инвестиционных проектов / Пер. с англ. Под ред. Л. П. Бельх. М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997.

3. *Холодкова В. В.* Определение оптимального периода использования инвестиций // Вестн. С.-Петерб. ун-та. 2001. Сер. 5: Экономика. Вып. 3. С. 131–135.

4. *Пискунов Н. С.* Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 1. М.: Наука, 1970.

Статья поступила в редакцию 6 сентября 2010 г.