

## ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Д. Н. Колесов, Д. А. Ненашев, Н. В. Хованов

### ПРОСТАЯ МОДЕЛЬ ОБМЕНА: НОМИНАЛЬНАЯ И ЦЕННОСТНАЯ СТРУКТУРЫ АГРЕГИРОВАННЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ БЛАГ\*

#### Введение

При исследовании динамики меновой ценности агрегированных (сложных, композитных, составных, «корзиночных» и т. д.) экономических благ<sup>1</sup> возникает задача точного задания и мониторинга их структуры, определяющей влияние на общую ценность сложного блага составляющих его простых (отдельных, «атомарных» и т. д.) экономических благ. Для решения этой задачи предлагается использовать понятия *номинальной* и *ценностной* структуры агрегированного блага<sup>2</sup>, определяемые в первой части статьи в рамках так называемой *расширенной простой модели обмена* (*extended simple exchange model*)<sup>3</sup>. Во второй части вводятся *мультипликативные монетарные индексы меновой ценности* (*multiplicative monetary indices of exchange value*) простых и составных экономических благ, а также *показатели изменчивости* (*variation indicators*) этих индексов<sup>4</sup>. Полезность введенных понятий и моделей демонстрируется в третьей части статьи на примере анализа динамики номинальной и ценностной структур двух агрегированных экономических благ: 1) *специальных прав заимствования* (Special Drawing Rights — SDR) Международного валютного фонда (МВФ), определяемых валютной корзиной, состоящей из евро, британских фунтов, японских иен и долларов США; 2) *стабильной агрегированной валюты* (stable aggregated currency — SAC), состоящей из тех же компонент, что и SDR<sup>5</sup>.

---

\* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 09-06-00119).

**Дмитрий Николаевич КОЛЕСОВ** — канд. экон. наук, доцент, заведующий кафедрой экономической кибернетики Экономического факультета СПбГУ. Область научных интересов — экономико-математические модели динамики рынков ценных бумаг; оценка и прогнозирование показателей корпоративных облигаций.

**Дмитрий Александрович НЕНАШЕВ** — аспирант кафедры экономической кибернетики СПбГУ. В 2006 г. окончил Экономический факультет СПбГУ. Область научных интересов — экономико-математические методы моделирования динамики финансовых рынков.

**Николай Васильевич ХОВАНОВ** — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры экономической кибернетики Экономического факультета СПбГУ. Область научных интересов — стохастические модели риска и неопределенности; теория и методы принятия решений в условиях дефицита числовой информации; теория и приложения экономико-математических моделей и методов.

© Д. Н. Колесов, Д. А. Ненашев, Н. В. Хованов, 2009

## Номинальная и ценностная структуры агрегированного блага

Рассмотрим рынок, на котором обмениваются *простые*, т. е. не подразделяющиеся далее на самостоятельно обмениваемые на данном рынке фрагменты и/или виды, *экономические блага* (товары, услуги, валюты и т. д.) из конечного множества  $G = \{g_1, \dots, g_n\}$ . Предполагается, что количество (объем) простого блага  $g_i$  можно определить именованным числом  $q_i e_i$ , где  $e_i$  – единица измерения из соответствующего множества единиц измерения  $E = \{e_1, \dots, e_n\}$ , а  $q_i$  – некоторое неотрицательное действительное число. В предположении, что пропорция обмена блага  $g_i$  на благо  $g_j$  не зависит от объемов этих благ, вводится *матрица обмена*  $C = (c(i, j))$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ , в которой на пересечении  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца стоит *коэффициент обмена*  $c(i, j) > 0$ , указывающий, сколько единиц  $e_j$  блага  $g_j$  обменивается на единицу  $e_i$  блага  $g_i$ . Итак, *простая модель обмена* определяется тройкой  $\langle G, E, C \rangle$  введенных математических объектов  $G = \{g_1, \dots, g_n\}$ ,  $E = \{e_1, \dots, e_n\}$ ,  $C = (c(i, j))$ , т. е. для идентификации такой модели необходимо указать множество обмениваемых простых благ, выбрать единицы измерения объемов этих благ и определить пропорции их попарного обмена.

Построенная *простая модель* обмена  $\langle G, U, C \rangle$  является моделью *простого обмена*, состоящего в *непосредственном обмене* двух экономических благ, не требующем для своего осуществления никаких посредствующих благ, например денег. Иными словами, модель  $\langle G, U, C \rangle$  описывает, фактически, бартерный обмен экономическими благами, характерный, например, для международного валютного рынка, на котором любые две национальные валюты можно непосредственно обменять при помощи открытого в 2002 г. всемирного клирингового центра – банка непрерывно связанных расчетов (Continuous Linked Settlement Bank International). Этот банк, ежедневно осуществляющий парные валютные сделки на общую сумму, составляющую несколько триллионов долларов США, производит клиринг взаимных требований на определенные объемы разных валют в виде взаимных платежей (payment versus payment) в соответствующих валютах, что представляет собой, несомненно, своеобразный «валютный бартер».

Для описания обмена пары экономических благ  $g_i, g_j$ , требующего наличие некоторого блага-посредника  $g$  («монетарного блага», «денежного товара», «денег»), простая модель обмена  $\langle G, U, C \rangle$  пригодна в той степени, в которой можно пренебречь транзакционными издержками, возникающими при продаже блага  $g_i$  на «деньги»  $g$  с последующей покупкой блага  $g_j$  на вырученные «деньги»  $g$ .

Простая модель обмена может быть расширена путем введения *агрегированных* (составных, композитных, сложных, векторных и т. д.) *экономических благ*, каждое из которых представляет собой некоторый непустой набор («корзину») простых благ  $g_1, \dots, g_n$ , взятых в количествах  $q_1, \dots, q_n$  соответственно<sup>6</sup>. Таким образом, составное благо задается вектором  $\bar{q} = (q_1, \dots, q_n)$ ,  $q_i \geq 0$ ,  $q_1 + \dots + q_n > 0$ . Особый интерес представляют так называемые *базовые агрегированные блага*, образующие множество  $V = \{\bar{v} = (v_1, \dots, v_n) : v_i \geq 0, v_1 + \dots + v_n = 1\}$ , потому что любое агрегированное благо  $\bar{q} = (q_1, \dots, q_n)$  представимо в виде  $\bar{q} = \lambda \bar{v}$ , где  $\lambda = q_1 + \dots + q_n$ ,  $v_i = q_i / \lambda$ . Таким образом, «естественной» единицей  $e_{\bar{v}}$  измерения количества (объема) агрегированного блага  $\bar{q}$  может служить соответствующее базовое благо  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n) \in V$ .

Если отсутствуют системные эффекты, увеличивающие или уменьшающие меновую ценность агрегированного блага по сравнению с суммарной ценностью отдельных благ, составляющих это сложное экономическое благо, то *коэффициент обмена*  $c(\bar{v}, k)$  *базового агрегированного блага*  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$  и *простого блага*  $g_k$  можно определить формулой  $c(\bar{v}, k) = v_1 c(1, k) + \dots + v_n c(n, k)$ . Задаваемый этой формулой коэффициент обмена  $c(\bar{v}, k)$

показывает, сколько единиц  $e_k$  простого блага  $g_k$  меняется на единицу  $e_v$  агрегированного блага  $\bar{v}$ . Коэффициент обмена  $c(k, \bar{v})$ , указывающий, сколько единиц  $e_{\bar{v}}$  агрегированного блага  $\bar{v}$  обменивается на единицу  $e_k$  простого блага  $g_k$ , определяется формулой  $c(k, \bar{v}) = 1/c(\bar{v}, k)$ . Коэффициент же обмена  $c(\bar{v}, \bar{v}')$  агрегированных базовых благ  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$ ,  $\bar{v}' = (v'_1, \dots, v'_n)$  указывает, сколько единиц  $e_{\bar{v}}$  обменивается на одну единицу  $e_{\bar{v}'}$ , и вычисляется по формуле  $c(\bar{v}, \bar{v}') = c(\bar{v}, k) \cdot c(k, \bar{v}') = c(\bar{v}, k)/c(\bar{v}', k)$ , определяющей функцию  $C^*$  двух векторных переменных, сопоставляющую каждой паре составных базовых благ  $\bar{v}, \bar{v}'$  их коэффициент обмена  $c(\bar{v}, \bar{v}')$ . По аналогии с матрицей обмена  $C = (c(i, j))$  относительно функции  $C^*$  можно сказать, что она транзитивна ( $c(\bar{v}, \bar{v}') \cdot c(\bar{v}', \bar{v}'') = c(\bar{v}, \bar{v}'')$ ), обратна симметрична ( $c(\bar{v}, \bar{v}') = 1/c(\bar{v}', \bar{v})$ ) и удовлетворяет условию  $c(\bar{v}, \bar{v}) = 1$ .

Таким образом, *расширенная простая модель обмена* описывается шестеркой  $\langle G, E, C; V, E(V), C^* \rangle$  введенных математических объектов, содержащей, помимо элементов простой модели обмена  $\langle G, E, C \rangle$ , множество  $V$  всех базовых экономических благ, множество  $E(V)$  всех единиц измерения  $e_{\bar{v}}$  количеств (объемов) агрегированных благ вида  $\bar{q} = \lambda \cdot \bar{v}$  и транзитивное отображение  $C^*$ , сопоставляющее каждой паре  $(\bar{v}, \bar{v}')$  базовых благ их коэффициент обмена  $c(\bar{v}, \bar{v}')$ .

Далее будем называть величину  $q_i(t)$  *номинальным объемом (nominal volume)* простого блага  $g_i$ , входящего в «корзину», задающую агрегированное благо  $\bar{q}(t) = (q_1(t), \dots, q_n(t))$ , в некоторый фиксированный момент времени  $t$ . *Суммарный номинальный объем*  $q(t)$  агрегированного блага  $\bar{q}(t)$  определим формулой  $q(t) = q_1(t) + \dots + q_n(t)$ ,  $q(t) > 0$ . Введем *относительный номинальный объем*  $v_i(t)$  простого блага  $g_i$ , входящего в «корзину», задающую агрегированное благо, формулой  $v_i(t) = q_i(t)/q(t)$ . Будем говорить, что *номинальная (точнее, номинально-объемная) структура* агрегированного блага  $\bar{q}(t) = (q_1(t), \dots, q_n(t))$  определяется вектором  $\bar{v}(t) = (v_1(t), \dots, v_n(t))$  относительных номинальных объемов простых благ, входящих в состав этого агрегированного блага. Так, определенную номинальную структуру (*v-структуру, v-structure*) блага  $\bar{q}(t) = (q_1(t), \dots, q_n(t))$  можно отождествить с базовым агрегированным благом  $\bar{v}(t) = (v_1(t), \dots, v_n(t))$ ,  $\bar{q}(t) = q(t) \bar{v}(t)$ . Заметим, что номинальная структура  $\bar{v}(t)$  однозначно определяется агрегированным благом  $\bar{q}(t)$ , в то время как агрегированное благо  $\bar{q}(t)$  — номинальной структурой  $\bar{v}(t)$  лишь с точностью до положительного множителя  $q(t) > 0$ .

*Меновая ценность (value in exchange, exchangeable worth)*  $w_i(k; t)$  объема  $q_i(t)$  простого блага  $g_i$ , выражаемая в момент времени  $t$  в единицах  $e_k$  простого блага  $g_k$ , определяется формулой  $w_i(k; t) = q_i(t) c(i, k; t) = q(t) v_i(t) c(i, k; t)$ , где  $c(i, k; t)$  — коэффициент обмена простых благ  $g_i, g_k$  в момент времени  $t$ . Тогда *суммарная меновая ценность*  $w(k; t)$  агрегированного блага  $\bar{q}(t) = (q_1(t), \dots, q_n(t))$  может быть выражена в единицах  $e_k$  простого блага  $g_k$  формулой  $w(k; t) = w_1(k; t) + \dots + w_n(k; t)$ , которая легко преобразуется в формулу  $w(k; t) = q_1(t) c(1, k; t) + \dots + q_n(t) c(n, k; t) = c(\bar{q}, k; t) = q(t) c(\bar{v}, k; t)$ . Введем *относительную меновую ценность*  $w_i(t)$  простого блага  $g_i$ , входящего в «корзину», задающую агрегированное благо  $\bar{q}(t)$ , формулой  $w_i(t) = w_i(k; t)/w(k; t)$ . Здесь важным обстоятельством является *независимость относительной меновой ценности  $w_i(t)$  от выбора простого блага, в единицах которого измеряется меновая ценность*:  $w_i(t) = w_i(k; t)/w(k; t) = w_i(j; t)/w(j; t)$ ,  $i, j, k = 1, \dots, n$ . Будем говорить, что *ценностная структура (worth structure)* агрегированного блага вида  $\bar{q}(t) = q(t) \bar{v}(t)$ , называемая далее *w-структурой (w-structure)*, определяется вектором  $\bar{w}(t) = (w_1(t), \dots, w_n(t))$  относительных меновых ценностей соответствующих объемов простых благ. Заметим, что *w-структура*  $\bar{w}(t)$  любого агрегированного блага вида  $\bar{q}(t) = q(t) \bar{v}(t)$  однозначно определяется вектором  $\bar{q}(t) = (q_1(t), \dots, q_n(t))$  и коэффициентами обмена  $c(i, j; t)$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ , но меновые ценности  $w_i(k; t) = q_i(t) c(i, k; t) = q(t) v_i(t) c(i, k; t)$

объемов  $q_i(t)$  простых благ, входящих в агрегированное благо  $\bar{q}(t) = (q_1(t), \dots, q_n(t))$ , определяются  $w$ -структурой лишь с точностью до множителя  $q(t)$ .

Связь между компонентами  $v$ -структуры  $\bar{v}(t) = (v_1(t), \dots, v_n(t))$  и компонентами  $w$ -структуры  $\bar{w}(t) = (w_1(t), \dots, w_n(t))$  выражается формулами:

$$w_i(t) = \frac{v_i(t) \cdot c(i, k; t)}{\sum_{r=1}^n v_r(t) \cdot c(r, k; t)}, \quad (1)$$

$$v_i(t) = \frac{w_i(t)}{c(i, k; t)} \cdot \left[ \sum_{r=1}^n \frac{w_r(t)}{c(r, k; t)} \right]^{-1}. \quad (2)$$

Данные определения  $v$ -структуры  $\bar{v}(t)$  и  $w$ -структуры  $\bar{w}(t)$  агрегированного блага  $\bar{q}(t)$  предполагают, в общем случае, изменчивость этих двух структур агрегированного блага, т. е. зависимость от времени  $t$  относительных номинальных объемов  $v_i(t)$  и относительных меновых ценностей  $w_i(t)$  простых благ  $g_i$ , входящих в рассматриваемое агрегированное благо.

Пусть зафиксирована номинально-объемная структура  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$  некоторого агрегированного блага. Такая фиксация  $v$ -структуры оставляет для  $w$ -структуры этого агрегированного блага возможность изменяться, поскольку относительные меновые ценности  $w_1(t; \bar{v}), \dots, w_n(t; \bar{v})$  остаются функциями времени  $t$ . Таким образом, при постоянной  $v$ -структуре агрегированного блага его  $w$ -структура может с течением времени изменяться в силу зависимости от переменных коэффициентов обмена  $c(i, j; t)$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $i \neq j$ .

Пусть теперь зафиксирована ценностная структура  $\bar{w} = (w_1, \dots, w_n)$  некоторого агрегированного блага. Такая фиксация  $w$ -структуры оставляет для  $v$ -структуры этого агрегированного блага возможность изменяться, поскольку относительные номинальные объемы  $v_1(t; \bar{w}), \dots, v_n(t; \bar{w})$  остаются функциями времени  $t$ . Таким образом, при постоянной  $w$ -структуре агрегированного блага его  $v$ -структура может с течением времени изменяться в силу зависимости от переменных коэффициентов обмена  $c(i, j; t)$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $i \neq j$ .

Из формул (1), (2) следует, что агрегированные блага с фиксированной номинально-объемной структурой и агрегированные блага с фиксированной ценностной структурой имеют разную динамику своей меновой ценности и по-разному взаимодействуют с другими простыми и агрегированными благами. Для изучения такого влияния на динамику меновой ценности агрегированных благ фиксации их  $v$ -структур и  $w$ -структур можно использовать мультипликативные монетарные индексы меновой ценности и индикаторы изменчивости этих индексов, вводимые в следующей части.

### Монетарные индексы меновой ценности агрегированных благ

В рамках простой модели обмена  $\langle G, E, C \rangle$ , когда допускается обмен любого количества  $q_i$  единиц  $e_i$  простого блага  $g_i$  на определяемое коэффициентом обмена количество  $q_j$  единиц  $e_j$  простого блага  $g_j$ , можно ввести *отношение (бартерного) обмена*  $q_i e_i \equiv q_j e_j$  между двумя разнокачественными простыми благами  $g_i, g_j$ , имеющими к тому же разную количественную определенность, выражаемую положительными числами  $q_i, q_j$  соответственно. Естественно предположить, что введенное отношение обмена обладает

следующими тремя свойствами, наличие которых делает отношение обмена  $q_i e_i \equiv q_j e_j$  *отношением эквивалентности*: (1) рефлексивность ( $q_i e_i \equiv q_i e_i$ ); (2) симметричность (из  $q_i e_i \equiv q_j e_j$  следует  $q_j e_j \equiv q_i e_i$ ); (3) транзитивность (из  $q_i e_i \equiv q_j e_j$  и  $q_j e_j \equiv q_k e_k$  следует  $q_i e_i \equiv q_k e_k$ ). Тот факт, что отношение бартерного обмена является отношением эквивалентности, подметил еще Аристотель, который указал на необходимость «приравнивать» в обмене с помощью денег («монет») разнокачественные экономические блага, взятые в разных количествах. Такое «приравнивание» качественно различных предметов обмена предполагает, по Аристотелю, наличие в этих предметах чего-то «равного». Иными словами, должна существовать некоторая общая характеристика, имеющая численное денежное выражение и обеспечивающая эквивалентность именованных величин  $q_i e_i, q_j e_j$  обмениваемых товаров  $g_i, g_j$ <sup>7</sup>. Эту общую числовую характеристику А. Смит интерпретировал как меру (показатель, индекс, индикатор) *менового значения* (*value in exchange*) обмениваемых благ<sup>8</sup>.

При феноменологическом подходе к анализу меновой ценности исследователь ориентируется на изучение *непосредственно наблюдаемых пропорций*  $c(i, j)$  обмена простых благ<sup>9</sup>. Поэтому любой *непосредственно не наблюдаемый индекс меновой ценности*  $MIND$  должен быть согласован с наблюдаемыми коэффициентами обмена выполнением соотношения  $c(i, j) = MIND_i / MIND_j$  для всех пар  $g_i, g_j$  простых экономических благ. Индекс меновой ценности, удовлетворяющий этому требованию, называется *монетарным (денежным) индексом меновой ценности* ( $MIND$  – Monetary Index).

Очевидным примером монетарного индекса служит сам коэффициент обмена  $MIND(i/k) = c(i, k)$ , измеряющий меновую ценность единицы  $e_i$  простого блага  $g_i$  в единицах  $e_k$  простого блага  $g_k$ . Назовем  $MIND(i/k) = c(i, k)$  *простейшим монетарным индексом меновой ценности простого экономического блага* и будем далее обозначать его символом  $I(i/k) = c(i, k)$ . Это обозначение подчеркивает зависимость численного значения простейшего монетарного показателя  $I(i/k)$  от выбора экономического блага  $g_k$ , в единицах  $e_k$  которого измеряется меновая ценность единицы  $e_i$  блага  $g_i$ .

Вектор значений  $(I(i/1), \dots, I(i/n))$  простейшего монетарного индекса  $I(i/k)$ , т. е.  $i$ -ю строку  $\bar{c}(i) = (c(i,1), \dots, c(i,n))$  матрицы обмена  $C = (c(i, j))$ , можно рассматривать как многокритериальную (векторную) оценку меновой ценности простого экономического блага  $g_i$ . Для получения на основе такой векторной оценки соответствующей скалярной оценки меновой ценности можно построить числовую функцию  $I(\bar{c}(i))$  вектора  $\bar{c}(i)$ , обладающую свойствами обобщенного среднего величин  $c(i,1), \dots, c(i,n)$ <sup>10</sup>. Функция  $I(\bar{c}(i)) = I(c(i,1), \dots, c(i,n))$  синтезирует отдельные простейшие показатели меновой ценности  $c(i, k) = I(i/k)$ ,  $k = 1, \dots, n$ , в *единый, сводный (агрегированный, интегральный и т. д.) показатель меновой ценности простого экономического блага*  $g_i \in G$ . В качестве синтезирующей функции, дающей сводный показатель меновой ценности, часто выбирается геометрическое среднее  $I_x(i) = GM(\bar{c}(i)) = [c(i,1) \cdot \dots \cdot c(i,n)]^{1/n}$  величин  $c(i,1), \dots, c(i,n)$ . В пользу выбора среднего геометрического  $GM(\bar{c}(i)) = [I(i/1) \cdot \dots \cdot I(i/n)]^{1/n}$  в качестве сводного показателя  $I_x(i)$  меновой ценности простого экономического блага  $g_i$  можно привести ряд формальных (например, выполнение для среднего геометрического многих «естественных» условий-аксиом, обычно налагаемых на индексы) и прагматических (например, удобство работы со статистическими данными о случайных коэффициентах обмена, имеющих логарифмически нормальное распределение) аргументов<sup>11</sup>. Введенный *сводный мультипликативный индекс*  $I_x(i)$  *менового значения простого экономического блага*  $g_i \in G$  является, очевидно, монетарным индексом:  $I_x(i)/I_x(j) = c(i, j)$ .

Аналогично, *сводный мультипликативный монетарный индекс*  $I_x(\bar{v})$  меновой ценности агрегированного блага  $\bar{v}$  определяется как среднее геометрическое простейших монетарных индексов  $I(\bar{v}/k)$ ,  $k = 1, \dots, n$ :  $I_x(\bar{v}) = [I(\bar{v}/1) \cdot \dots \cdot I(\bar{v}/n)]^{1/n}$ . Нетрудно доказать, что мультипликативный сводный монетарный показатель  $I_x(\bar{v})$  меновой ценности составного блага  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$  можно представить в виде взвешенного среднего арифметического  $I_x(\bar{v}) = v_1 I_x(1) + \dots + v_n I_x(n)$  мультипликативных сводных монетарных индексов  $I_x(1), \dots, I_x(n)$  меновой ценности простых благ  $g_1, \dots, g_n$ .

Для того чтобы теория индексов была согласована с практикой обработки реальных статистических данных, необходимо уметь анализировать *изменения* значений изучаемых экономических индексов при переходе от одного момента времени к следующему, при переходе от одного рынка к другому и т. д. Применительно к анализу меновой ценности требование указанной согласованности означает необходимость учета наблюдаемых временных рядов значений  $c(i, j; t)$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ ,  $t = 1, \dots, T$ , коэффициентов обмена простых экономических благ  $g_1, \dots, g_n$ . Поскольку все введенные простейшие и сводные монетарные индексы простых и агрегированных экономических благ определены как функции коэффициентов обмена  $c(i, j)$ , постольку переход к переменным коэффициентам обмена  $c(i, j; t)$  делает переменными и все эти индексы, которые становятся функциями времени: простейший индекс  $I(i/k; t) = c(i, k; t)$  меновой ценности простого блага; сводный мультипликативный индекс  $I_x(i; t) = [c(i, 1; t) \cdot \dots \cdot c(i, n; t)]^{1/n}$  меновой ценности простого блага; простейший индекс  $I(\bar{v}/k; t) = v_1 c(1, k; t) + \dots + v_n c(n, k; t)$  меновой ценности агрегированного блага; сводный мультипликативный индекс  $I_x(\bar{v}; t) = [I(\bar{v}/1; t) \cdot \dots \cdot I(\bar{v}/n; t)]^{1/n}$  меновой ценности агрегированного блага.

О том, во сколько раз изменился простейший индекс меновой ценности  $I(i/k; t) = c(i, k; t)$  при переходе от момента времени  $t_0$  к моменту времени  $t$ , естественно судить по величине отношения  $I(i/k; t)/I(i/k; t_0)$ , определяющего тем самым индекс  $I(i/k; t/t_0) = c(i, k; t)/c(i, k; t_0)$  изменения простейшего показателя  $I(i/k; t)$  меновой ценности простого блага  $g_i \in G$  относительно его значения в некоторый фиксированный момент времени  $t_0$ ,  $t_0, t \in \{1, \dots, T\}$ . Аналогично определяется *индекс*  $I_x(i; t/t_0) = I_x(i, t)/I_x(i, t_0) = [c(i, 1; t) \cdot \dots \cdot c(i, n; t)]^{1/n} / [c(i, 1; t_0) \cdot \dots \cdot c(i, n; t_0)]^{1/n}$  *изменения сводного мультипликативного показателя*  $I_x(i; t)$  меновой ценности того же простого блага. Очевидно, что индекс  $I_x(i; t/t_0)$  изменения сводного мультипликативного показателя меновой ценности  $I_x(i)$  можно представить в виде среднего геометрического  $I_x(i; t/t_0) = [I(i/1; t/t_0) \cdot \dots \cdot I(i/n; t/t_0)]^{1/n}$  простейших индексов изменения.

Предложенный выше способ построения индексов изменения показателей меновой ценности простых благ можно применить и при построении индексов изменения показателей меновой ценности составных экономических благ. При таком подходе индексом  $I(\bar{v}/k; t/t_0)$  изменения простейшего показателя  $I(\bar{v}/k; t)$  меновой ценности агрегированного блага  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$  служит отношение  $I(\bar{v}/k; t/t_0) = I(\bar{v}/k; t)/I(\bar{v}/k; t_0)$  значений простейшего показателя меновой ценности этого композитного блага, наблюдаемых в моменты времени  $t_0$  и  $t$ . Введенный индекс  $I(\bar{v}/k; t/t_0)$  допускает простое выражение через коэффициенты обмена  $I(\bar{v}/k; t/t_0) = [v_1 c(1, k; t) + \dots + v_n c(n, k; t)] / [v_1 c(1, k; t_0) + \dots + v_n c(n, k; t_0)]$ . Индекс  $I(\bar{v}/k; t/t_0)$  можно преобразовать во взвешенное среднее арифметическое  $I(\bar{v}/k; t/t_0) = w_1(t_0) I(1/k; t/t_0) + \dots + w_n(t_0) I(n/k; t/t_0)$  простейших индексов изменения, где весовые коэффициенты  $w_1(t_0), \dots, w_n(t_0)$  ( $w_i(t_0) \geq 0$ ,  $w_1(t_0) + \dots + w_n(t_0) = 1$ ) определяются по формуле  $w_i(t_0) = [v_i c(i, k; t_0)] / [v_1 c(1, k; t_0) + \dots + v_n c(n, k; t_0)]$ . Компоненты  $v_1, \dots, v_n$  композитного экономического блага  $\bar{v}$  определяются по вектору  $\bar{w}(t_0) = (w_1(t_0), \dots, w_n(t_0))$  формулой  $v_i = [w_i(t_0)/c(i, k; t_0)] / [w_1(t_0)/c(1, k; t_0) + \dots + w_n(t_0)/c(n, k; t_0)]$ .

Индекс изменения  $I_x(\bar{v}; t/t_0)$  сводного мультипликативного монетарного показателя  $I_x(\bar{v})$  меновой ценности агрегированного экономического блага  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$  может быть определен как отношение  $I_x(\bar{v}; t/t_0) = I_x(\bar{v}; t)/I_x(\bar{v}; t_0)$  и представлен в виде среднего геометрического  $I_x(\bar{v}; t/t_0) = [I(\bar{v}/1; t/t_0) \cdot \dots \cdot I(\bar{v}/n; t/t_0)]^{1/n}$  простейших индексов изменения  $I(\bar{v}/1; t/t_0), \dots, I(\bar{v}/n; t/t_0)$  меновой ценности агрегированного блага  $\bar{v}$ . Индекс изменения  $I_x(\bar{v}; t/t_0)$  мультипликативного сводного монетарного показателя  $I_x(\bar{v}; t)$  меновой ценности составного блага  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$  можно представить в виде взвешенного среднего арифметического  $I_x(\bar{v}; t/t_0) = w_1(t_0)I_x(1; t/t_0) + \dots + w_n(t_0)I_x(n; t/t_0)$  индексов  $I_x(1; t/t_0), \dots, I_x(n; t/t_0)$  изменения сводных мультипликативных показателей  $I_x(1), \dots, I_x(n)$  меновой ценности простых экономических благ  $g_1, \dots, g_n$ .

Система построенных индексов  $I(i/k; t/t_0)$ ,  $I_x(i; t/t_0)$ ,  $I(\bar{v}/k; t/t_0)$ ,  $I_x(\bar{v}; t/t_0)$  изменения соответствующих простейших и сводных монетарных показателей дает возможность решать ряд практических задач в области экономики и финансов, в частности задачу оценки степени изменчивости меновой ценности агрегированного блага на заданном промежутке времени. Решим эту задачу, используя представление индекса  $I_x(\bar{v}; t/t_0)$  изменения сводного мультипликативного монетарного показателя  $I_x(\bar{v})$  в виде взвешенного среднего арифметического индексов  $I_x(1; t/t_0), \dots, I_x(n; t/t_0)$  изменения сводных мультипликативных монетарных показателей  $I_x(1), \dots, I_x(n)$  меновой ценности простых экономических благ  $g_1, \dots, g_n$ . Выборочная дисперсия  $VAR(I_x(\bar{v}; t_0))$ , которая может служить в первом приближении мерой изменчивости индекса меновой ценности  $I_x(\bar{v}; t)$  на дискретном временном интервале  $[1, T] = \{1, \dots, T\}$ , является

функцией  $VAR(I_x(\bar{v}; t_0)) = \sum_{i,j=1}^T w_i(t_0)w_j(t_0)COV(I_x(i; t_0), I_x(j; t_0))$  выборочных ковариаций  $COV(I_x(i; t_0), I_x(j; t_0))$ ,  $i \neq j$ , и выборочных дисперсий  $VAR(I_x(i; t_0)) = COV(I_x(i; t_0), I_x(i; t_0))$ , рассчитанных по временным рядам значений коэффициентов обмена  $c(i, j; t)$ ,  $t = 1, \dots, T$ . Полученная квадратичная форма  $S^2(\bar{w}(t_0)) = S^2(w_1(t_0), \dots, w_n(t_0)) = VAR(I_x(\bar{v}; t_0))$  может служить искомой оценкой изменчивости сводного мультипликативного показателя  $I_x(\bar{v}; t)$  меновой ценности агрегированного блага  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$  на временном промежутке  $[1, T]$ .

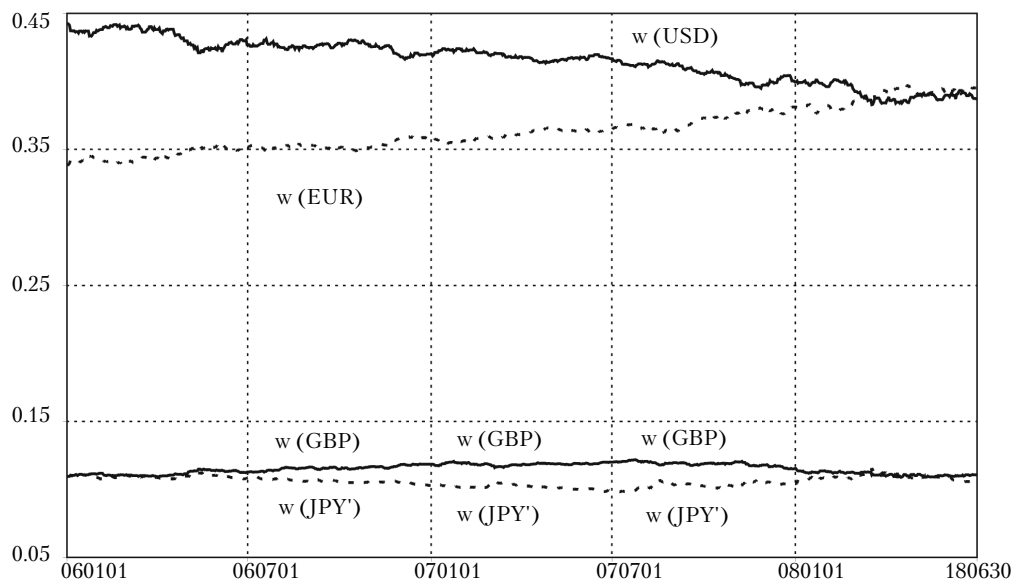
Полученную формулу выборочной дисперсии  $VAR(I_x(\bar{v}; t_0))$  можно использовать для нахождения номинальных объемов  $v_1^*, \dots, v_n^*$  (относительных долей ценности  $w_1^*, \dots, w_n^*$ ), при которых изменчивость показателя  $I_x(\bar{v}; t)$  меновой ценности агрегированного блага  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$  на временном промежутке  $[1, T]$  будет минимальной. Искомые оценки  $v_1^*, \dots, v_n^*$  можно получить, решив следующую простую задачу квадратичного программирования: найти вектор  $\bar{w}^*(t_0) = (w_1^*(t_0), \dots, w_n^*(t_0))$ , минимизирующий квадратичную форму  $S^2(\bar{w}(t_0))$  при линейных ограничениях  $w_1^*(t_0) + \dots + w_n^*(t_0) = 1$ ,  $w_i^*(t_0) \geq 0$ . По найденным оптимальным весовым коэффициентам  $w_1^*(t_0), \dots, w_n^*(t_0)$  можно определить компоненты составного блага  $\bar{v} = (v_1^*, \dots, v_n^*)$ , обладающего минимальной выборочной дисперсией  $VAR(I_x(\bar{v}^*; t_0))$ . Базовое составное благо  $\bar{v}^* = (v_1^*, \dots, v_n^*)$ , обладающее минимальной изменчивостью, измеряемой выборочной дисперсией  $VAR(I_x(\bar{v}^*; t_0))$ , называется *стабильным агрегированным благом (агрегированным благом минимальной изменчивости, минимального риска и т. д.)*. В случае же, когда рассматриваемые простые экономические блага  $g_1, \dots, g_n$  представляют собой различные национальные валюты, для  $\bar{v}^* = (v_1^*, \dots, v_n^*)$ , используется название «стабильная агрегированная валюта» и аббревиатура *SAC (Stable Aggregated Currency — стабильная агрегированная валюта)*<sup>12</sup>.

### Динамика структуры и меновой ценности агрегированной валюты

Известным примером агрегированной валюты с постоянной номинальной структурой могут служить так называемые «специальные права заимствования международного валютного фонда – МВФ» (Special Drawing Rights of International Monetary Fund – IMF), являющиеся счетной единицей (unit of account) для взаимных денежных обязательств стран–членов МВФ. Первоначально (в 1969 г.) эта валютная единица МВФ, обозначаемая  $XDR$  по международному стандарту ISO-4217 (Currency Abbreviation), была эквивалентна (как и доллар США –  $USD$ )  $1/35$  унции (т. е.  $0,888671$  г) чистого золота. С января 1999 г. и по настоящее время в корзине, определяющей агрегированную валюту  $XDR$ , находятся четыре простые валюты: евро ( $EUR$ ), британский фунт ( $GBP$ ), японская иена ( $JPY$ ) и доллар США ( $USD$ ). Далее удобнее будет использовать в качестве единицы измерения японской валюты не иены ( $JPY$ ) а сотни иен ( $JPY' = 100 JPY$ ).

На период с 1 января 2006 г. по 31 декабря 2010 г. МВФ установил ценностную структуру  $w = (w_1, \dots, w_4)$ , где  $w_1 = 0.34$ ,  $w_2 = 0.11$ ,  $w_3 = 0.11$ ,  $w_4 = 0.44$  и зафиксировал номинальную структуру агрегированной валюты  $XDR$ , определив номинальные объемы  $q_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$  простых валют, входящих в «корзину»  $XDR$ :  $q_1 = 0.4100 EUR$ ,  $q_2 = 0.0903 GBP$ ,  $q_3 = 0.1840 JPY'$ ,  $q_4 = 0.6320 USD$ . Таким образом, агрегированная валюта  $\bar{v} = (q_1, \dots, q_4)$  имеет в указанный период времени фиксированную номинально-объемную структуру  $\bar{v} = (v_1, \dots, v_4)$ , где  $v_1 = q_1 / (q_1 + \dots + q_4) \approx 0.3115$ ,  $v_2 \approx 0.0686$ ,  $v_3 \approx 0.1398$ ,  $v_4 \approx 0.4801$ .

Такая фиксация  $v$ -структуры агрегированной валюты  $XDR$  оставляет коэффициенты относительной меновой ценности отдельных составляющих «корзины»  $XDR$  зависящими от времени. На рисунке представлена динамика ежедневных значений коэффициентов  $w(EUR) = w(EUR / \bar{v}; t)$ ,  $w(GBP) = w(GBP / \bar{v}; t)$ ,  $w(JPY') = w(JPY' / \bar{v}; t)$ ,  $w(USD) = w(USD / \bar{v}; t)$  относительной ценности компонент агрегированной валюты  $XDR$  за период времени с 1 января 2006 г. по 30 июня 2008 г., содержащий  $T=912$  наблюдений (здесь и далее данные о коэффициентах обмена простых валют взяты с сайта [www.fxtop.com](http://www.fxtop.com)).



Динамика значений относительных весов простых валют при фиксированной  $v$ -структуре агрегированной валюты  $XDR$ .



Анализ рисунка показывает, что за рассматриваемый промежуток времени продолжительностью в два с половиной года соотношение между «весомостью» вкладов в меновую ценность  $XDR$  евро и доллара существенно поменялось — вместо значений относительных меновых ценностей  $w(EUR) = 0,34 < w(USD) = 0,44$ , установленных МВФ, на последний день наблюдений (30 июня 2008 г.) имеем совсем другие значения относительных меновых ценностей:  $w(EUR) = 0,395 > w(USD) = 0,387$ . Значительно меньшая изменчивость наблюдается у значений функций  $w(GBP/\bar{v};t)$ ,  $w(JPY'/\bar{v};t)$ , которые в начале и конце рассматриваемого периода времени мало отличаются от значений  $w(GBP) = w(JPY) = 0,11$ , предписанных МВФ.

Таким образом,  $w$ -структура агрегированной валюты  $XDR$ , зафиксированная МВФ на пять лет (2006–2010) как отражающая соотношения значимости четырех ведущих валют ( $EUR, GBP, JPY, USD$ ) для мировой торговли и номинирования активов, существенно изменилась за последнее время (с 1 января 2007 г. по 30 июня 2008 г.) в основном за счет значительного уменьшения влияния доллара США при возрастающем значении евро.

Рассмотрим теперь, как бы изменялась  $v$ -структура агрегированной валюты  $XDR$ , если была бы зафиксирована  $w$ -структура этой валюты, т. е. если были бы зафиксированы на 1 января 2006 г. относительные доли меновой ценности соответствующих объемов простых валют, входящих в «корзину»  $XDR$ :  $w(EUR) = 0,34$ ,  $w(GBP) = 0,11$ ,  $w(JPY) = 0,11$ ,  $w(USD) = 0,44$ .

Такая фиксация  $w$ -структуры агрегированной валюты  $XDR$  оставляет номинальные объемы отдельных составляющих «корзины»  $XDR$  зависящими от времени. Эта зависимость номинальных объемов от времени (при фиксированных весовых коэффициентах  $w_1, \dots, w_n$ ) проявляется в изменчивости ежедневных значений  $v(EUR/\bar{w};t)$ ,  $v(GBP/\bar{w};t)$ ,  $v(JPY'/\bar{w};t)$ ,  $v(USD/\bar{w};t)$  номинальных объемов компонент «корзины», определяющей агрегированную валюту  $XDR$ , за период времени с 1 января 2006 г. по 30 июня 2008 г., содержащий  $T=912$  наблюдений.

Анализ этой изменчивости показывает, что за рассматриваемый промежуток времени продолжительностью в два с половиной года соотношение между номинальными объемами евро и доллара в «корзине»  $XDR$  несколько изменилось: вместо значений  $v(EUR) = 0,3115$ ,  $v(USD) = 0,4801$  относительных номинальных объемов, установленных МВФ, на последний день наблюдений (30 июня 2008 г.) имеем совсем другие значения относительных меновых ценностей:  $v(EUR) = 0,2608$ ,  $v(USD) = 0,5320$ . Иными словами, если в начале исследуемого периода для обеспечения фиксированной МВФ относительной меновой ценности  $w(EUR) = 0,34$  европейской валюты необходимо было иметь в валютной корзине чуть более 31 евроцента, то для обеспечения той же доли в суммарной меновой ценности в конце исследуемого периода достаточно было 26 евроцентов. Номинальный же объем валюты США, необходимый для обеспечения фиксированной относительной ценности  $w(USD) = 0,44$ , постепенно увеличивался за указанный период — примерно от 48 центов до чуть более 53 центов. Значительно меньшая изменчивость наблюдается у значений функций  $v(GBP/\bar{w};t)$ ,  $v(JPY'/\bar{w};t)$ , которые на протяжении рассматриваемого периода времени мало отличаются от значений  $v(GBP) = 0,0686$ ,  $v(JPY') = 0,1398$ , предписанных МВФ.

Таким образом, если необходимо сохранить постоянной зафиксированную МВФ  $w$ -структуру агрегированной валюты  $XDR$ , то придется в каждый момент времени  $t$  устанавливать переменные номинальные объемы  $v(EUR/\bar{w};t)$ ,  $v(GBP/\bar{w};t)$ ,  $v(JPY'/\bar{w};t)$ ,  $v(USD/\bar{w};t)$  национальных валют  $EUR, GBP, JPY, USD$ , входящих в агрегированную

валюту *XDR*. Заметим, что для получения необходимых относительных номинальных объемов не обязательно реально продавать и/или покупать национальные валюты, входящие в *XDR*. Поскольку агрегированная валюта *XDR* не является законным платежным средством (legal tender), а представляет собой просто счетную единицу (unit of account) МВФ, постольку достаточно производить чисто виртуальные изменения номинальных объемов национальных валют в составе корзины *XDR*.

Рассмотрим теперь пример *стабильной агрегированной валюты (SAC)*, состоящей из тех же компонент, что и *XDR*. Обозначим, согласно правилам международного стандарта ISO-4217 (Currency Abbreviation), единицу такой стабильной валюты символом *XAC*. Методами, изложенными во второй части статьи, определим по «обучающему периоду» 01.01.2005–31.12.2005, содержащему 365 наблюдений, оптимальные доли меновой ценности  $w_1^* = w^*(EUR) = 0.242$ ,  $w_2^* = w^*(GBP) = 0.249$ ,  $w_3^* = w^*(JPY) = 0.248$ ,  $w_4^* = w^*(USD) = 0.261$  и соответствующие оптимальные номинальные объемы  $v_1^* = v^*(EUR) = 0.216$ ,  $v_2^* = v^*(GBP) = 0.157$ ,  $v_3^* = v^*(JPY) = 0.310$ ,  $v_4^* = v^*(USD) = 0.317$  простых валют, входящих в «корзину», определяющую композитную валюту *XAC*.

Анализ динамики поведения компонент *w*-структуры (компонент *v*-структуры) агрегированной валюты *XAC* при фиксированной *v*-структуре (при фиксированной *w*-структуре) показывает, что по сравнению с *w*-структурой и *v*-структурой агрегированной валюты *XDR* аналогичные структуры агрегированной валюты *XAC* обладают в целом большей изменчивостью. При этом изменчивость *w*-структуры сложной валюты *XAC* явно превосходит изменчивость ее *v*-структуры. Аналогичное соотношение изменчивости этих структур мы отмечали выше и для композитной валюты *XDR*.

Одной из важнейших характеристик агрегированных валют, используемых в качестве счетных единиц, является уровень изменчивости их меновой ценности, который можно оценить выборочным стандартным отклонением St.Dev. (выборочным коэффициентом вариации C.Var., «размахом» Range выборочных значений и т. п.) показателя изменчивости сводного мультипликативного индекса меновой ценности агрегированных благ. Для оценки изменчивости меновой ценности агрегированной валюты *XDR (XAC)* были подсчитаны ежедневные значения индекса изменения  $I_x(\bar{v}; t/t_0)$  мультипликативного сводного монетарного показателя  $I_x(\bar{v}; t)$  меновой ценности составного блага *XDR (XAC)* за период с 1 января 2006 по 30 июня 2008 г.

Анализ ежедневных значений индекса  $I_x(\bar{v}; t/t_0)$  позволяет выявить интересный факт: при фиксированной *v*-структуре индекс изменчивости меновой ценности и агрегированной валюты *XDR*, и агрегированной валюты *XAC*, значительно меньше отклоняется от своего постоянного (единичного) значения, чем при фиксированной *w*-структуре. Это наблюдение подтверждается и числовыми значениями статистических характеристик, приведенными в таблице.

Таблица

**Статистики индексов изменчивости показателей меновой ценности простых и композитных валют за период 1 января 2006 – 30 июня 2008 г.**

Statistics	EUR	GBP	JPY	USD	XDR(v)	XAC(v)	XDR(w)	XAC(w)
Mean	1.0699	1.0464	0.9595	0.9333	0.9948	0.9987	0.9824	0.9865
Min	0.9976	0.9880	0.8953	0.8520	0.9848	0.9968	0.9614	0.9742
Max	1.1705	1.1078	1.0374	1.0000	1.0022	1.0008	1.0012	1.0000
Range	0.1730	0.1197	0.1421	0.1480	0.0173	0.0040	0.0399	0.0258
St.Dev.	0.0457	0.0322	0.0311	0.0360	0.0033	0.0009	0.0084	0.0065
C.Var.	0.0427	0.0308	0.0325	0.0386	0.0033	0.0009	0.0085	0.0066

Действительно, все три сосчитанные меры разброса (размах выборки  $\text{Range} = \text{Max} - \text{Min}$ , стандартное отклонение  $\text{St.Dev.}$ , коэффициент вариации  $\text{C.Var.} = \text{St.Dev.}/\text{Mean}$ , где  $\text{Mean}$  — выборочное среднее) индекса изменчивости показателя меновой ценности композитной валюты  $XDR$  имеют существенно большие значения в случае фиксации  $w$ -структуры, чем при фиксации  $v$ -структуры этой валюты (см. последние три строки шестого и восьмого столбцов таблицы). Еще большие различия мер разброса индекса изменчивости показателя меновой ценности наблюдаются при фиксации  $w$ -структуры и  $v$ -структуры композитной валюты  $XAC$  (см. последние три строки седьмого и девятого столбцов таблицы). Выявленный факт различного влияния фиксации относительных долей ценности и фиксации номинальных объемов простых валют, входящих в агрегированную валюту, на изменчивость меновой ценности этой валюты нуждается в дальнейшем изучении и объяснении.

### Заключение

Введенные в рамках расширенной простой модели обмена понятия  $v$ -структуры и  $w$ -структуры агрегированного экономического блага позволяют корректно описать поведение меновой ценности такого блага, зависящее, как показано, от того, какая из этих двух структур зафиксирована: номинально объемная  $v$ -структура или ценностная  $w$ -структура<sup>13</sup>. Проведенное статистическое исследование динамики меновой ценности двух агрегированных валют (специальных прав заимствования  $XDR$  Международного валютного фонда и стабильной агрегированной валюты  $SAC$ , состоящей из тех же простых валют, что и  $XDR$ ) показало, что при фиксированных номинальных объемах простых валют на временном промежутке с 1 января 2006 по 30 июня 2008 г. произошло существенное изменение ценностной структуры, приведшее к заметному понижению ценовой доли доллара США в общей ценности и  $XDR$ , и  $SAC$ . Выявлено также, что при фиксации  $v$ -структуры изменчивость индекса меновой ценности исследованных двух композитных валют существенно меньше, чем при фиксации у этих валют их  $w$ -структуры. Приведенные результаты демонстрируют полезность для финансово-экономических исследований описанной в статье модели взаимодействия указанных двух видов структуры агрегированных экономических благ.

---

<sup>1</sup> Агрегированными экономическими благами являются, например, золотовалютные запасы стран; «специальные права заимствования» Международного валютного фонда, определяемые корзиной из четырех ведущих национальных валют; бинарная корзина, состоящая из евро и долларов США, по которой Центробанк РФ определяет курс рубля; различные корзины национальных валют и/или реальных товаров (commodities), определяющие проектируемые «мировые деньги» или единицы расчета между транснациональными корпорациями (см. работы: *Ijiri Y.* Global financial reporting using a composite currency: an aggregation theory perspective // *The International Journal of Accounting*. 1995. Vol. 30. P. 95–106; *Mundell R.* Currency areas, exchange rate systems and international monetary reform // *Journal of Applied Economics*. 2000. Vol. 3. P. 217–256; *Nash J. F.* Ideal Money and Asymptotically Ideal Money. St. Petersburg: GSM, 2008; *Troberg P.* Global currency unit: a balanced approach to performance evaluation in multinational enterprises // Working paper of Swedish School of Economics. Series C. Helsinki: SSE, 1994). Особо следует отметить быстро расширяющийся класс агрегированных экономических благ, представляющих собой так называемые структурированные инвестиционные продукты (structured investment products), т. е. банковские депозиты, связанные с наборами валют, акций, реальных продуктов и т. д. (см.: *The Market for Structured Investments* ([www.structuredinvestments.com](http://www.structuredinvestments.com))). Общие подходы к оценке индексов ценности агрегированных экономических благ представлены в известной работе В. В. Леонтьева (*Leontief W.* Composite commodities and the problem of index numbers // *Econometrica*. 1936. Vol. 4. P. 39–59).

<sup>2</sup> Понятия номинальной и ценностной структуры агрегированного блага были введены в работе: *Хованов Н. В.* Динамика номинальных и ценностных структур агрегированных валют // Труды 8-й Международной научной

школы «Моделирование и анализ безопасности и риска в сложных системах». Санкт-Петербург, 24–28 июня, 2008 г. СПб., 2008. С. 247–254.

<sup>3</sup> Понятие *расширенной простой модели обмена* (используемое, например, в работе: *Hovanov N., Kolari J., Sokolov M., Sutyryn S.* Transnational corporations multicurrency assets denomination in units of an aggregated minimal risk currency // Proceedings of the Fifth International Scientific School «Modeling and Analysis of Safety and Risk in Complex Systems». St. Petersburg, 2005, June 28 – July 1. St. Petersburg, RAS. P. 179–186) является обобщением понятия *простой модели обмена*, введенной в работе: *Хитров Г. М., Хованов Н. В.* Простая модель обмена: основные предположения и ближайшие следствия // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 5: Экономика. 1992. Вып. 4. С. 101–106.

<sup>4</sup> Подробный анализ мультипликативных и аддитивных монетарных индексов меновой ценности проведен в работах: *Колари Дж. В., Соколов М. В., Хованов Н. В.* Аддитивные монетарные индексы меновой ценности // Труды 7-й Международной научной школы «Моделирование и анализ безопасности и риска в сложных системах». Санкт-Петербург, 4–8 сентября, 2007 г. СПб., 2007. С. 39–48; *Колесников Г. И., Корников В. В., Хованов Н. В.* Мультипликативные монетарные индексы // Обзорение прикладной и промышленной математики. 2007. Т. 14. Вып. 6. С. 1049–1057; *Хованов Н. В.* Простая модель обмена: аддитивные и мультипликативные монетарные индексы меновой ценности // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 5: Экономика. 2007. Вып. 3. С. 83–92.

<sup>5</sup> Такая стабильная агрегированная валюта, состоящая из четырех национальных валют, рассмотрена в работе: *Hovanov N. V., Kolari J. W., Sokolov M. V.* Computing currency invariant indices with an application to minimum variance currency // The Journal of Economic Dynamics and Control. 2004. Vol. 28. P. 1481–1504.

<sup>6</sup> Разумеется, деление экономических благ на простые и сложные *относительно* и во многом зависит от рассматриваемых рынков. Например, легковые машины, торгуемые на рынке автомобилей, можно рассматривать как простые блага, хотя части, из которых состоят эти машины, также выступают в качестве простых благ на рынке запчастей.

<sup>7</sup> *Хованов Н. В.* Аристотелевская модель обмена // Материалы международной экономической конференции «Экономическое развитие: теория и практика». Санкт-Петербург, 5–7 апреля 2007 г. Секции 3–7. СПб., 2007. С. 78–79.

<sup>8</sup> *Smith A.* An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations. Oxford, 1976.

<sup>9</sup> *Хованов Н. В.* Основы феноменологической теории стабильных метаденег // Материалы международной научной конференции «Экономическая наука в начале третьего тысячелетия: история и перспективы развития». Санкт-Петербург, 22–23 сентября 2005 г. Секции 4–8. СПб., 2005. С. 34–37.

<sup>10</sup> *Джини К.* Средние величины. М., 1970.

<sup>11</sup> См., напр., работы: *Хованов Н. В.* Простая модель обмена: теория стохастических индексов меновой ценности экономических благ // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 5: Экономика. 2003. Вып. 2. С. 75–91; *Abdel-Magid M., Cheung J.* Ratio scales, foreign exchange rates, and the problem of foreign currency translation // International Journal of Accounting. 1986. Vol. 22. N 1. P. 33–49; *Brodsky D.* Arithmetic versus geometric effective exchange rates // Weltwirtschaftliches Archiv. 1982. Band 118. P. 546–562; *Fisher I.* The Making of Index Numbers. Boston; New York, 1922. По-видимому, первым, кто систематически использовал сводные мультипликативные индексы меновой ценности, был Уильям Джевонс: *Jevons W.* 1) Variations of prices and the value of currency since 1762 // Journal of the Royal Statistical Society. 1865. Vol. 28. P. 294–325; 2) Money and the Mechanism of Exchange. New York, 1875.

<sup>12</sup> *Хованов Н. В.* Измерение меновой ценности экономических благ в единицах стабильной агрегированной валюты // Финансы и бизнес. 2005. № 2. С. 33–43.

<sup>13</sup> К сожалению, разница между этими двумя разными видами структур агрегированного блага не всегда достаточно точно осознается даже профессионалами финансового рынка: «Банк России разместил на своем сайте сообщение, где разъяснил, что коэффициенты участия валют в бивалютной корзине не тождественны реальным весам этих валют в бивалютной корзине ЦБ. В частности, в сообщении Банка России говорилось, что реальный вес евро в бивалютной корзине сейчас уже превышает 50%, тогда как коэффициент участия равен 45%. Эти разъяснения вызвали у банкиров легкое недоумение: до последнего времени они были уверены, что ориентироваться следовало именно на коэффициент участия» (*Деревягин Б.* Евро стал главной валютой Банка России // РБК daily. 7 марта 2007 г.).

Статья поступила в редакцию 24 декабря 2008 г.