Вестник СПбГУ. Сер. 5. 2007. Вып. 3

П. В. Конюховский, О. А. Подкорытова

«ДЛИННАЯ ПАМЯТЬ» В ОБМЕННЫХ КУРСАХ

Понятия «устойчивость», «стабильность» и «нестабильность» являются одними из наиболее используемых в современной экономической литературе. В то же время нельзя не признать, что за редким исключением их применение происходит на «интуитивно понятном уровне», а сама граница между стабильностью и нестабильностью в динамике наблюдаемых экономических показателей оказывается достаточно размытой. В настоящей работе представлен один из возможных подходов к идентификации динамики временных рядов экономических показателей с точки зрения продолжительности присутствия в ней последствий возмущений, вызванных некоторым «внешним» шоковым воздействием. В рамках предлагаемого подхода задача исследования устойчивости и стабильности того или иного экономического показателя сводится к задаче отнесения серии его значений к одному из двух классов, а именно:

♦ *рядов, стационарных относительно детерминированного тренда,* что может рассматриваться как свидетельство в пользу стабильности наблюдаемого показателя;

♦ *рядов, содержащих стохастический тренд,* что является основанием для противоположного заключения.

Рассматриваемые далее методы имеют универсальный характер, а следовательно, могут быть применены при изучении свойств весьма разнообразных по своей природе экономических объектов и явлений. Одним из наиболее перспективных направлений их практического использования, по мнению авторов, является исследование проблем стабильности динамики временных валютных курсов.

Павел Владимирович КОНЮХОВСКИЙ — д-р экон. наук, профессор кафедры экономической кибернетики СПбГУ. В 1987 г. окончил экономический факультет ЛГУ. В 2003 г. защитил докторскую диссертацию. Область научных интересов — методы исследования периодических зависимостей в динамике финансово-экономических показателей, теоретико-игровые модели в управлении запасами. Имеет около 30 публикаций, в том числе 5 учебных пособий.

Ольга Анатольевна ПОДКОРЫТОВА — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры экономической кибернетики СПбГУ. В 1990 г. окончила математико-механический факультет ЛГУ, в 1994 защитила кандидатскую диссертацию. Область научных интересов — эконометрика и математическая статистика.

Простейшими примерами служат авторегрессионный процесс первого порядка $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$ при $|\rho| < 1$ и случайное блуждание $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$, где ε_t — белый шум. Учет этого различия очень важен для построения прогноза, так как в первом случае шоки со временем затухают ($y_t = \varepsilon_t + \rho\varepsilon_{t-1} + \rho^2\varepsilon_{t-2} + \ldots$), во втором ($y_t = \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2} + \ldots$) — остаются неизменными. Стоит отметить, что в экономических исследованиях довольно долго игнорировался класс дробно-интегрируемых процессов, который может служить компромиссом между двумя обычно рассматриваемыми моделями. С одной стороны, такие процессы обнаруживают долгосрочную (*long-run*) зависимость, отсутствующую в конечных ARMA моделях, а с другой — не имеют перманентного эффекта, как модели ARIMA.

Модели ARFIMA

Пусть P_t — цена актива в момент времени t и $X_t = \log P_t - \log P_{t-1}$ — непрерывно начисляемая однопериодная доходность этого актива.

Допустим, что процесс X_t удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\Phi(L)(1-L)^d X_t = \mu + \Theta(L)\,\varepsilon_t, \tag{1}$$

где L — оператор сдвига $L^d X_t = X_{t-d}$, $\Phi(L)$ —полином степени p от L, $\Theta(L)$ — полином степени q от L. Ошибки ε_t предполагаются белым шумом, т. е. независимыми одинаково распределенными случайными величинами с нулевым средним и некоторой дисперсией σ^2. В этом случае говорят, что X_t имеет порядок интегрируемости d. При $d = 0$ X_t является стационарным процессом, удовлетворяющим модели ARMA, а при $d = 1, 2,\ldots$— процессом, удовлетворяющим модели ARIMA(p, d, q). Заметим, что особый интерес представляет случай $d < 1$.

К. Грейнжер и Р. Жуайо (1980) и Дж. Хоскинс (1981) показали, что величину $(1-L)^d$ можно рассматривать и для нецелых значений d[1]. В результате получаются дробно-интегрируемые процессы. С целью такого расширения воспользуемся биномиальной теоремой и для любого вещественного d и неотрицательного целого k определим

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \binom{d}{k} L^k = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)}L^k = \sum_{k=0}^{\infty} A_k L^k,$$

где Γ — гамма-функция ($\Gamma(t) = \int_0^{\infty} x^{t-1}e^{-x}d\,x$ при $t > 0$ и $\Gamma(t+1) = t\Gamma(t)$ для всех вещественных $t \neq 0, \pm1, \pm2,\ldots$).

Применив к процессу X_t оператор $A(L) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k L^k$, получим авторегрессионное представление

$$A(L)X_t = \sum_{k=0}^{\infty} A_k L^k X_t = \sum_{k=0}^{\infty} A_k X_{t-k} = \varepsilon_t.$$

Принято обозначение $X \sim ARFIMA$ (p, d, q) (модель авторегрессионного дробно-интегрированного процесса скользящего среднего). Можно рассмотреть и представление в виде скользящего среднего

$$X_t = (1-L)^{-d}\varepsilon_t = B(L)\varepsilon_t,$$

где $B_k = \dfrac{\Gamma(k+d)}{\Gamma(d)\Gamma(k+1)}$.

При этом автоковариационная и автокорреляционная функции процесса X_t примут вид

$$\gamma_k = \frac{\sigma^2 \Gamma(1-2d)\Gamma(k+d)}{\Gamma(d)\Gamma(1-d)\Gamma(k+1-d)}, \rho_k = \frac{\Gamma(1-d)\Gamma(k+d)}{\Gamma(d)\Gamma(\tau+1-d)}, k = \pm 1, \pm 2, \ldots.$$

Свойства процесса тесно связаны со значением параметра d. Можно показать, что при $d < \frac{1}{2}$ процесс X_t будет стационарным, а при $d > -\frac{1}{2}$ обратимым, причем автокорреляционные коэффициенты будут того же знака, что и d. Коэффициент B_k есть эффект от шока k периодов назад. Он показывает, насколько сильно текущее значение процесса зависит от прошлых значений. Используя формулу Стирлинга, можно показать, что $B_k \approx \frac{k^{d-1}}{\Gamma(d)}$. Поэтому при $d < 1$ эти коэффициенты убывают намного медленнее, чем экспоненциально убывающие ρ^k для AR(1) процесса. При $0 < d < 0.5$ процесс обладает «длинной памятью» в том смысле, что автокорреляции не являются абсолютно суммируемыми: даже если они индивидуально не значимы, кумулятивный эффект отличен от нуля. Это стремление следовать существующим тенденциям отражает «память» рынка. В принципе ARMA процессы высокого порядка могли бы дать похожий эффект, но большое число параметров, которое потребуется оценить, сделают модель весьма низкосортной согласно критериям Акаике и Шварца. А дробно-интегрируемые процессы «схватывают» эту структуру одним параметром d.

Уже упоминавшееся очень медленное убывание автокорреляционной функции является столь отличительной чертой, что иногда процессы с «длинной памятью» определяют как процессы с автоковариационной функцией вида

$$\gamma_k \sim \begin{cases} k^{\nu} f(k), \nu \in (-1,0) \\ -k^{\nu} f(k), \nu \in (-2,-1) \end{cases} \text{при } k \to \infty, \tag{2}$$

где $f(k)$ —любая медленно меняющаяся функция на бесконечности (т. е. ведущая себя как константа при больших k). Так, для (1) $\gamma_k \sim ck^{2d-1}$, $k \to \infty$, где $|d| < \frac{1}{2}$ и c – некоторая константа, зависящая лишь от d.

R/S статистика

Естественно, встает проблема обнаружения «длинной памяти». Широко используемые тесты Дики–Фуллера и Филипса–Перрона на наличие единичных корней обладают малой мощностью[2] и плохо отличают $I(1)$ процессы от $I(d)$ процессов с $d < 1$. Тест Квятковского–Филипса–Шмидта–Шина (KPSS), имеющий нулевую гипотезу о стационарности, состоятелен при стационарных *long-run* альтернативах[3], т. е. $I(d)$ процессах с $|d| < 0.5$, но требует большого количества наблюдений (не менее 1000). Напомним, что статистика вычисляется по формуле

$$KPSS(q) = \frac{1}{n^2 \hat{\sigma}^2(q)} \sum_{k=1}^{n} S_k^2,$$

где $\hat{\sigma}^2(q)$ — состоятельная в условиях гетероскедастичности и автокорреляции оценка Ньюи–Веста дисперсии центрированных наблюдений $\left(X_j - \bar{X}_n\right)$, $S_k = \sum_{j=1}^{k} (X_j - \bar{X}_n)$.

Для выявления *long-range* зависимости Б. Мандельброт предложил использовать *R/S* статистику (*rescaled range*), придуманную Х. Хёрстом (1951)[4]. Она определяется размахом частичных сумм отклонений ряда от его среднего, деленного на его стандартное отклонение. Опишем ее подробнее.

Пусть у нас есть наблюдения X_1, …, X_n. Обозначим арифметическое среднее через $\overline{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$. Определим статистику

$$\widetilde{Q}_n = \frac{1}{s_n}\left[\max_{1\le k\le n}\sum_{j=1}^{k}(X_j - \overline{X}_n) - \min_{1\le k\le n}\sum_{j=1}^{k}(X_j - \overline{X}_n)\right],$$

где s_n — обычная оценка стандартного отклонения $s_n^2 = \frac{1}{n} n \sum_{j=1} (X_j - \overline{X}_j)^2$.

Так как сумма отклонений $X_j - \overline{X}_n$ равна нулю, то наибольшее из них неотрицательно, а наименьшее – неположительно, поэтому $\widetilde{Q}_n \ge 0$. Стоит упомянуть, что величина d связана с экспонентой Херста H из регрессии $\ln(R/S)_n = \ln c + H \ln n + u$ равенством $H = d + 0.5$[5].

Преимущества R/S анализа по сравнению с традиционными методами обнаружения долгосрочной зависимости (анализ автокорреляций, отношения дисперсий, спектрального разложения) продемонстрированы Б. Мандельбротом, М. Такку и Дж. Уоллисом[6]. Мандельброт отмечал, что в отличие от спектрального анализа, который обнаруживает периодические циклы, R/S анализ может обнаруживать «непериодические» циклы, т. е. циклы, период которых равен или превосходит объем выборки.

К сожалению, R/S анализ имеет свои недостатки. Основной — чувствительность к краткосрочным зависимостям и гетероскедастичности. Э. Ло обнаружил этот факт и модифицировал статистику таким образом, чтобы ее статистические свойства оставались инвариантными для обширного класса процессов с «короткой памятью», но изменялись для процессов с «длинной памятью»[7]. Дело в том, что если процесс X_t подвержен краткосрочной зависимости, то дисперсия частичных сумм не равна просто сумме дисперсий отдельных членов, но должна включать и автоковариации. Следовательно, оценка должна отражать не только суммы квадратов отклонений X_t, но и взвешенные автоковариации до некоторого лага q. Поэтому Э. Ло предложил заменить величину s_n в знаменателе R/S статистики $\widetilde{Q}_n$ более сложной суммой

$$\sigma_n(q) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(X_j - \overline{X}_n)^2 + \frac{2}{n}\sum_{j=1}^{q}\varpi_j(q)\left(\sum_{i=j+1}^{n}(X_i - \overline{X}_n)(X_{i-j} - \overline{X}_n)\right),$$

где веса ϖ вычисляются как

$$\varpi_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1}, q < n.$$

Эту новую статистику обозначим через Q_n.

В качестве нулевой гипотезы выступает краткосрочная зависимость, а альтернативной — долгосрочная. Преимущество новой статистики состоит в том, что вероятность отвержения нулевой гипотезы на основании Q_n стремится к 1 для широкого класса альтернатив, включающих модели ARIMA (p, d, q) с $|d| < \frac{1}{2}$, в то время как отвержение нулевой гипотезы на основании $\widetilde{Q}_n$ не противоречит наличию «короткой памяти». Если наблюдения независимы и одинаково распределены с дисперсией, то нормализация с $\sigma_n(q)$ асимптотически эквивалентна нормализации с s_n.

Веса $1 - \frac{j}{q+1}$, предложенные В. Ньюи и К. Вестом (1987), обеспечивают положительность $\hat{\sigma}_n^2(q)$.[8] Слишком большие (по сравнению с n) значения q приводят к тому, что свойства оценок в конечных выборках будут существенно отличаться от их асимптотического поведения. Но брать q слишком маленьким тоже нельзя, так как автоковарици за лагом q могут оказаться немаловажными и потребуют включения в взвешенную сумму.

Д. Эндрюс (1991) предложил для выбора q правило, основанное на свойствах данных[9]: в качестве q берут целую часть от числа $k_n = \left(\frac{3n}{2}\right)^{1/3}\left(\frac{2\hat{\rho}}{1-\hat{\rho}^2}\right)^{2/3}$, где $\hat{\rho}$ есть оценка коэффициента автокорреляции первого порядка ряда X_t. При этом используют веса $\omega_j = 1 - | j/k_n |$.

Ло показал, что асимптотическое распределение стандартизованной статистики $V_n(q) = \frac{1}{\sqrt{n}} Q_n$ сходится по распределению к случайной величине V-размаху броуновского моста на единичном интервале. Функция распределения V явно найдена Д. Кеннеди и М. Сиддикью[10]: $F_V(v) = 1 + 2\sum_{k=1}^{\infty}(1-4k^2v^2)e^{-2(kv)^2}$. Таблицу критических значений можно найти, например, у Ло (1988)[11]. Табл. 1 содержит интервалы, при попадании в которые статистики V_n нулевая гипотеза о краткосрочной зависимости не отвергается.

Таблица 1

Критические значения модифицированного R/S теста

1%	(0.721; 2.098)
5%	(0.089; 1.862)
10%	(0.861;1.747)

Источник: Lo A.W. Long Term Memory in Stock Market Prices // Econometrica. 1991. N 59. P. 1279–1313.

В работе В. Теверовского и соавторов (1999) отмечено, что этот тест склонен принимать нулевую гипотезу об отсутствии «длинной памяти», даже если она есть[12].

Эмпирические исследования

Согласно гипотезе эффективного рынка, доходности являются случайными блужданиями и непредсказуемы. Однако многие авторы отмечают некоторую степень предсказуемости в реальных данных, т. е. информация о прошлых доходностях может быть полезна при прогнозировании будущих. Выявленная инерционность дает возможность под другим углом взглянуть на работу финансовых рынков и методологию оценки рисков. Долгосрочная зависимость была найдена в доходностях множества активов. Приведем лишь некоторые результаты. М. Грин и Б. Фелиц (1977) утверждали, что они обнаружили долгосрочную зависимость в ежедневных доходностях многих ценных бумаг, котирующихся на Нью-Йоркской бирже[13]. И. Чунг (1993) оценил ее для 5 номинальных долларовых спот-курсов[14]. Т. Боллерслев и Х. Миккельсен (1996) нашли явные подтверждения дробной интегрируемости в волатильности индекса SP500[15]. П. Грау-Карлес (2000) подтвердила наличие значимой «долгой памяти» в волатильности большинства основных индексов фондовых бирж, с возможным исключением FTSE100[16].

Было предложено несколько теорий, объясняющих наличие «длинной памяти» в волатильности. К. Лямурё и В. Ластрапес (1990) продемонстрировали, что такие эффекты могут возникать из-за *regime switching*[17]. С. Цин и Д. Бакус (1993) развили теорию, показывающую, как «долгая память» может распространяться от других переменных[18], а Т. Андерсен и Т. Боллерслев (1997) показали, что сходные эффекты могут возникать из агрегирования процессов новостей с отличающимися уровнями продолжительности[19].

Кратко продемонстрируем возможности практического использования описанных методов на примере рядов обменных курсов рубля к доллару США ($dollar_t$) и евро ($euro_t$). При проведении расчетов использовались серии значений за период с апреля 1999 по апрель 2006 г., всего 1744 наблюдений. В соответствии с традиционной методикой были построены ряды доходностей: $y_t = \log dollar_t - \log dollar_{t-1}$ и $z_t = \log euro_t - \log euro_{t-1}$. Также была исследована волатильность данных рядов, представленная сериями значений квадрата доходности (y^2 и z^2, для курсов доллара и евро, соответственно) и абсолютной доходности ($|y|$ и $|z|$).

Таблица 2

Асимптотические критические значения для KPSS-теста

	const	const+trend
1% level	0.216	0.739
5% level	0.146	0.463
10% level	0.119	0.347

Источник: EconometricViews 5.0.

Процедура KPSS-теста была выполнена с использованием программного обеспечения EconometricViews 5.0. В табл. 2 представлены асимптотические критические значения как для случая, когда в качестве нулевой гипотезы выдвигается допущение о стационарности в чистом виде (графа «*const*»), так и для нулевой гипотезы о стационарности с точностью до тренда (графа «*const+trend*»). В табл. 3 приводятся результаты расчетов по KPSS-тесту. Курсивом выделены эмпирические статистики, значимые на 5%-ном уровне.

Таблица 3

Статистики, полученные при выполнении KPSS-теста

Курс рубль/доллар США			Курс рубль/евро		
y	*const*	*1.200413*	z	*const*	0.112015
	const+trend	0.086404		*const+trend*	0.097726
y^2	*const*	*1.293842*	z^2	*const*	*3.068060*
	const+trend	*0.573077*		*const+trend*	*0.143827*
$\|y\|$	*const*	*0.880086*	$\|z\|$	*const*	*2.969847*
	const+trend	*0.839363*		*const+trend*	*0.231878*

Проведенные расчеты позволяют сделать вывод о том, что для обоих курсов ряды квадратов доходности и абсолютной доходности нестационарны. Одновременно нельзя не обратить внимания на то, что относительно свойств ряда доходности рубль/доллар мы не можем сформулировать однозначного заключения. В данной ситуации выводы зависят от выбора варианта нулевой гипотезы (о чистой стационарности либо о стационарности с точностью до тренда). В первом случае гипотеза о стационарности ряда (устойчивости динамики исследуемого показателя) отвергается, а во втором — может быть принята.

Результаты расчетов R/S статистики, которые проводились с использованием специально написанной программной надстройки для ПО MS Excel, содержатся в табл. 4. Курсивом выделены те значения, при которых на 5%-ном уровне значимости принимается альтернативная гипотеза о наличии «длинной памяти» в исследуемых временных рядах.

Таблица 4

Значения статистики $Q(q,n)/\sqrt{n}$

q	y	y^2	$\mid y \mid$	z	z^2	$\mid z \mid$
0	*2.204554*	*2.904169*	*5.74377*	1.281292	*3.917994*	*3.968082*
5	*1.90667*	*2.285993*	*3.91052*	1.303555	*3.29743*	*3.335741*
10	*1.934206*	*2.200275*	*3.464135*	1.32343	*2.960611*	*2.988811*
15	*1.945696*	*2.157732*	*3.197103*	1.358897	*2.727153*	*2.750277*
20	*1.911908*	*2.074695*	*2.988113*	1.387018	*2.523586*	*2.54228*
25	1.825062	*1.983295*	*2.801743*	1.375905	*2.366006*	*2.381418*
30	1.760654	*1.916975*	*2.659514*	1.370059	*2.249704*	*2.26495*
35	1.709448	*1.871855*	*2.54538*	1.356513	*2.149105*	*2.163645*
40	1.671392	1.834916	*2.448962*	1.365554	*2.061195*	*2.075125*
45	1.624912	1.789108	*2.35545*	1.377255	*1.988135*	*2.001404*
50	1.583226	1.749161	*2.275373*	1.385805	*1.928623*	*1.941267*

Сопоставление результатов первого и второго тестов позволяет сделать вывод относительно их непротиворечивости. В случае курса рубль/доллар временные ряды доходности и квадрата доходности проявляют свойство «длинной памяти» лишь при расчетах с небольшим числом лагов. По всей вероятности, это связано с падением мощности при увеличении числа лагов. В то же время ряд значений абсолютной доходности для данного курса явно обладает «длинной памятью». Более четкая ситуация с обменным курсом рубль/евро. Сама доходность курса обладает «короткой памятью», однако обе меры волатильности, без сомнений, демонстрируют наличие «длинной памяти».

Следует особо подчеркнуть, что наличие свойств «короткой» или «длинной памяти» у временных рядов значений обменных курсов является достаточно значимой содержательной характеристикой состояния экономики государства на макроуровне. Более того, при выполнении расчетных процедур, аналогичных описанным выше, на различных временных интервалах мы получаем эффективный инструмент отслеживания тенденций в развитии макросистем с позиции повышения или, наоборот, снижения уровня их устойчивости.

В заключение, разумеется, нельзя не обратить внимания на универсальный характер описанных методов. Они могут найти вполне успешное применение в исследованиях проблем стабильности и устойчивости к шоковым воздействиям таких важнейших характеристик состояния макроэкономических систем, как фондовые индексы, уровень доходов населения и т. д. По мнению авторов, следует также выделить достаточно интересное и плодотворное направление совершенствования обсуждавшихся здесь методов, которое основывается на использовании моделей *FIGARCH*, обобщающих *IGARCH* модели.

[1] *Granger C. W. J., Joyeux R.* An Introduction to Long -Memory Time Series Models and Fractional Differencing // Journal of Time Series Analysis. 1980. N 1(1). P. 15–29; *Hoskins J. R. M.* Fractional Differencing // Biometrica. 1981. N 68. P. 165–176.

[2] *Sowell F.* The fractional unit root distribution // Econometrica. 1990. N 58. P. 495–506.

[3] *Lee D., Shmidt P.* On the power of KPSS test of Stationarity against fractionally integrated alternatives // Journal of Econometrics. 1996. N 73. P. 285–302.

[4] *Hurst H. E.* Long term Storage Capacity of Reservoirs // Transactions of the American Society of Civil Engineers. 1951. N 116. P. 770–799.

[5] Детали оценивания можно посмотреть в работе: *Millen S., Beard R.* Estimation of the Hurst exponent for the Burdekin River using the Hurst-Mandelbrot Rescaled Range Statistic: Working paper on the University of Queensland. 2003.

[6] *Mandelbrot B.* Statistical Methodology for Non-Periodic Cycles:From the Covariance to R/S Analysis // Annals of Economic and Social Measurement. 1972. N 1. P. 259–290; *Mandelbrot B., Taqqu M.* Robust R/S Analysis of Long-Run Serial Correlation // Bulletin of the International Statistical Institute. 1979. N 48. Book 2. P. 59–104; *Mandelbrot B., Wallis J.* Noah,Joseph and Operational Hydrology // Water Resources Research. 1968. N 4. P. 909–918.

[7] *Lo A. W.* Long Term Memory in Stock Market Prices // Econometrica. 1991. N 59. P. 1279–1313.

[8] *Newey W., West K.* A Simple Positive Definite, Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix // Econometrica. 1987. N 55. P. 703–705.

[9] *Andrews D.* Non-Strong Mixing Autoregressive Processes // Journal of Probability. 1984. N 21. P. 930–934.

[10] *Kennedy D. P.* The distribution of the maximum Brownian excursion // Journal Applied Probability. 1976. N 13. P. 371–376; *Siddiqui M. M.* The asymptotic distribution of the range and other functions of partial sums of stationary processes // Water Resources Research. 1976. N 12. P. 1271–1276.

[11] *Lo A. W.* Long-term memory in Stock Market Prices // Working Paper, Sloan School of Management. 1988. M.I.T.

[12] *Teverlosky V., Taqqu M. S., Willinger W.* A critical look at Lo modified R/S statistic // Journal of Statistical Planning and Inference. 1999. N 80. P. 211–227.

[13] *Greene M. T., Fielitz B. D.* Long-term dependence in common stock returns // Journal of Financial Economics. 1977. N 4. P. 339–349.

[14] *Cheung Y.-W.* Tests for fractional integration: A Monte Carlo Investigation // Journal of time series Analysis 1993. N 14 (4). P. 331–345.

[15] *Bollerslev T., Mikkelsen H. O.* Modelling and pricing long memory in stock market volatility // Journal of Economics. 1996. N 73. P. 151–184.

[16] *Grau-Carles P.* Empirical evidence of long-range correlations in stock returns // PhysicaA. 2000. N 287. P. 396–404.

[17] *Lamoureux Ch. G., Lastrapes W. D.* Heteroskedasticity in Stock Return Data: Volume versus GARCH Effects // Journal of Finance. American Finance Association. 1990. Vol. 45(1). P. 221–229.

[18] *Backus D. K., Zin S. E.* Long memory inflation uncertainty: evidence from the term structure of interest rates // Journal of Money, Credit and Banking. 1993. N 25. P. 681–700.

[19] *Andersen T., Bollerslev T.* Heterogeneous information arrivals and return volatility dynamics // Journal of Finance. 1997. P. 52.

Статья поступила в редакцию 19 апреля 2007 г.