

М. В. Коростелева

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ВНУТРЕННЕЙ НОРМЫ ДОХОДНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПРОЕКТА

Одним из наиболее распространенных методов количественной оценки риска инвестиционного проекта является анализ чувствительности (проверка устойчивости), целью которого служит определение важнейших факторов, способных серьезно повлиять на проект, а также проверка воздействия последовательных изменений этих факторов на результаты проекта. В общем случае данный метод сводится к исследованию зависимости некоторого результирующего показателя от вариации значений показателей, участвующих в его определении. Этот метод дает представление о том, что будет с результирующей величиной, если изменится значение некоторой исходной величины.

В инвестиционном проектировании анализ чувствительности играет важную роль для учета неопределенности и выделения факторов, которые могут повлиять на успешный результат проекта. При этом не происходит непосредственного измерения риска, а оценивается устойчивость проекта при наступлении неблагоприятных ситуаций. Таким образом, анализ чувствительности лежит в основе принятия ряда управленческих решений.

Анализ чувствительности проводится для обоснования использования таких характеристик денежного потока инвестиционного проекта, которые делают его более устойчивым к будущим изменениям внешних факторов. Первая оценка выгодности проекта практически всегда исходит из предположения о наиболее успешном осуществлении и эксплуатации проекта. Иначе говоря, первая оценка обычно основывается на допущении, что проект будет реализован своевременно, прогнозы спроса на продукцию оправдаются, цены на продукцию будут высокими, затраты низкими и т. д. На практике же вероятность одновременного выполнения всех этих условий

Мария Вячеславовна КОРОСТЕЛЕВА — канд. экон. наук, доцент кафедры экономической кибернетики. В 1995 г. окончила экономический факультет СПбГУ, в 2003 защитила кандидатскую диссертацию. Неоднократно участвовала в программах повышения квалификации, в том числе за рубежом (Польша, Шотландия). Участвовала в качестве лектора в совместной программе TACIS и НФПК «Международные бухгалтерские стандарты и управленческий учет» (1998/99 г.). Сфера научных интересов — методы анализа рынка ценных бумаг; оценка риска финансовых активов. Автор 10 публикаций.

© М. В. Коростелева, 2007

минимальна. Многие переменные, определяющие денежные потоки проектов, не известны наверняка, а скорее подчиняются некоторому закону распределения вероятностей. И если меняется ключевая переменная (объем проданной продукции, ее цена, цена ресурсов и пр.), то и чистая настоящая стоимость проекта (NPV) и его внутренняя норма доходности (IRR) принимают другое значение, т. е. в данном методе осуществляется поиск основных характеристик денежного потока проекта, при которых значения его NPV (IRR) должны быть менее подвержены влиянию будущего изменения внешних факторов. Анализ чувствительности проводится при единичном или одновременном изменении одной или двух переменных соответственно: переменные меняют свое значение, на основе чего пересчитывается новая величина чистой настоящей стоимости и внутреннего процента. После этого можно оценить процентное изменение чистой настоящей стоимости (внутренней нормы доходности) по отношению к базисному случаю и рассчитать показатель чувствительности, представляющий собой отношение процентного изменения NPV (IRR) к изменению значений переменных на один процент (так называемая эластичность изменения показателя). Если изменение значений переменных не оказывает существенного влияния на чистую настоящую стоимость (внутренний процент), то правильность инвестиционного решения вряд ли будет зависеть от точности и аккуратности определения значений этих переменных. Если же даже незначительные изменения значений переменных оказывают сильное воздействие на уровень NPV (IRR), то проект считается «высокочувствительным» к значению данных переменных, поскольку этот параметр в немалой степени определяет степень риска проекта.

Анализ чувствительности — это метод, точно показывающий, насколько изменятся NPV и IRR в ответ на данное изменение одной входной переменной при том, что все остальные условия не меняются¹.

Экономико-математическая сущность анализа чувствительности состоит в следующем: на основе базового сценария проекта определяют ожидаемое среднее отклонение каждой переменной величины (фактора) и результаты проекта в случае отклонения одной из переменных величин от базового сценария. Предполагается, что проект более чувствителен к изменению одного параметра базового сценария, чем другого, если отклонение первого параметра дает большее отклонение NPV (или другого IRR) по сравнению с базовым сценарием. Таким образом, проект с меньшей чувствительностью NPV (IRR) считается менее рискованным.

Смысл анализа чувствительности состоит в следующем: исследование конкретных зависимостей между рассматриваемыми факторами и чистой настоящей стоимостью инвестиционного проекта; определение пределов изменений этих факторов, в которых чистая настоящая стоимость проекта остается неотрицательной; анализ и оценка влияния прогнозируемых изменений рассматриваемых факторов на значение NPV ; обоснование оптимальных объемов расходов и выпуска продукции в соответствии с производственными возможностями и рыночной конъюнктурой, которые позволяют обеспечить наилучшее значение чистой настоящей стоимости проекта².

Как правило, проведение подобного анализа предполагает выполнение следующих шагов:

1. Задается взаимосвязь между исходными и результирующим показателями в виде математического уравнения или неравенства.
2. Определяются наиболее вероятные значения для исходных показателей и возможные диапазоны их изменений.

3. Путем изменения значений исходных показателей исследуется их влияние на конечный результат.

В анализе чувствительности инвестиционные критерии определяются для широкого диапазона исходных условий. Выделяются наиболее важные параметры проекта, выявляются закономерности изменения финансовых результатов от динамики каждого из параметров. В процессе анализа вначале обычно определяется базовый вариант, при котором все изучаемые факторы принимают свои первоначальные значения. Только после этого значение одного из исследуемых факторов варьируется в определенном интервале при стабильных значениях остальных параметров.

Анализ чувствительности положен в основу принятия проекта; так, например, если цена оказалась критическим фактором, то можно усилить программу маркетинга или пересмотреть затратную часть проекта, чтобы снизить его стоимость. Если же осуществленный количественный анализ рисков проекта выявит его высокую чувствительность к изменению объема производства, то следует уделить внимание мерам по повышению производительности труда, обучению персонала менеджменту и т. п. При анализе критических переменных важно оценить не только доверительные уровни, но и возможные причины расхождения с прогнозом. Этот анализ должен включать выявление критических факторов, которые могут влиять на определенные критические переменные, такие как возможные проблемы транспорта и поставок важнейших материалов, колебания цен на важнейшие виды продукции и поставки, вызываемые спекулятивными, конкурентными или изменчивыми рынками.

Следует помнить, что различные условия реализации долгосрочного инвестиционного проекта по-разному влияют на риск получения неблагоприятного результата при его исполнении, поэтому при осуществлении проекта необходимо тщательно подходить к выбору ключевых переменных, от достоверности которых зависит исход проекта.

Наиболее распространенными подходами к анализу чувствительности являются имитационный и аналитический.

Имитационный подход позволяет моделировать различные изменения в параметрах денежного потока, на базе которых проводится оценка устойчивости NPV (IRR), а также применяются другие критерии оценки проектов на ЭВМ. Обычно в имитационном подходе используют моделирование изменений чистой настоящей стоимости³ или внутренней нормы доходности⁴ в зависимости от изменения параметров денежного потока проекта.

В основу идеи *аналитического подхода* положен механизм построения такой формулы, которая в явном виде будет представлять соотношение параметров инвестиционного проекта и значения NPV или IRR . Таким образом можно оценить устойчивость проекта, определив, насколько изменится чистая настоящая стоимость (внутренняя норма доходности) при изменении значений различных параметров.

Аналитический подход к анализу чувствительности чистой настоящей стоимости к изменению различных факторов, таких как коэффициент дисконтирования, элемент денежного потока, более или менее детально описывается в различных источниках литературы⁵. Также можно проводить анализ чувствительности чистой настоящей стоимости к отдельным показателям, определяющим элемент денежного потока инвестиционного проекта. Таким образом можно выявить целесообразность использования характеристик денежного потока, которые делают его более устойчивым к будущим изменениям внешних факторов (цена продукции, объем сбыта, цена ресурсов и т. д.). Мы остановимся на рассмотрении анализа чувствительности к различным факторам значения внутренней нормы доходности проекта.

Анализ чувствительности IRR. Внутренняя норма доходности проекта определяется как такой коэффициент дисконтирования, при котором чистая настоящая стоимость проекта становится равной нулю или, что то же самое, который приравнивает настоящую стоимость проекта к инвестиционным затратам, т. е. выполняется следующее соотношение:

$$CF_0 = \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+r)^t}, \quad (1)$$

где r — внутренняя норма доходности проекта.

Единственное значение переменной r для большой величины T определить из уравнения (1) алгебраическим путем невозможно⁶, поэтому будем предполагать, что элементы денежного потока в течение всего срока рассматриваемого проекта меняются с постоянным темпом, т. е.

$$CF_{t+1} = (1+a)CF_t$$

или

$$CF_t = CF_1(1+a)^{t-1}, \quad 1, T, \quad (2)$$

где a — темп роста или снижения элементов денежного потока, который мы будем называть темпом (или коэффициентом) изменения элемента денежного потока.

Подставим выражение (2) в правую часть уравнения (1) и применим к ней формулу суммы членов убывающей геометрической прогрессии. Разделив обе части уравнения на CF_0 , можно показать, что

$$\frac{CF_1}{CF_0} \left[1 / (r-a) \right] \left[1 - \left(\frac{1+a}{1+r} \right)^T \right] = 1.$$

Для того чтобы сократить количество переменных, обозначим часть инвестиционных затрат, покрываемую элементом денежного потока за первый год (CF_1/CF_0), через c , и назовем этот коэффициент коэффициентом денежного потока, т. е.

$$c \left[1 / (r-a) \right] \left[1 - \left(\frac{1+a}{1+r} \right)^T \right] = 1. \quad (3)$$

На основе уравнения (3) можно проводить анализ чувствительности *IRR* к изменению трех показателей: срок реализации проекта, коэффициент денежного потока и темп изменения.

Обозначим выражение $(1+a)/(1+r)$ через x^T . Тогда чувствительность *IRR* к изменению срока реализации проекта (временная чувствительность) определяется как первая частная производная r по T

$$\frac{\partial r}{\partial T} = \frac{\log x(1+r)(1-x)x^T}{T x^T (1-x) - (1-x^T)}. \quad (4)$$

Выражения (5) и (6) определяют чувствительность *IRR* к изменению коэффициента денежного потока и темпа изменения соответственно

$$\frac{\partial r}{\partial c} = - \frac{(1-x^T)^2}{T x^T (1-x) - (1-x^T)}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial r}{\partial a} = \frac{T x^{T-1}(1-x) - (1-x^T)}{T x^T(1-x) - (1-x^T)}. \quad (6)$$

Все три указанные частные производные положительны при $0 < x < 1$ или $x > 1$, следовательно, изменение каждого из параметров в меньшую (большую) сторону приводит к изменению *IRR* также в меньшую (большую) сторону.

Также можно показать, что

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\partial r}{\partial c} = \frac{2T}{T+1} > 1 \text{ и } \partial r / \partial c > 1 \text{ при } T > 1,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\partial r}{\partial a} = \frac{T-1}{T+1} < 1 \text{ при } \forall T \text{ и } \partial r / \partial a < 1 \text{ при } 0 < x < 1 \text{ или } x > 1,$$

т. е. чувствительность *IRR* к изменению коэффициента денежного потока всегда больше единицы и, следовательно, больше чувствительности *IRR* к темпу изменения, которая всегда меньше единицы.

Предположим, рассматривается инвестиционный проект со следующими характеристиками: срок реализации 10 лет, инвестиционные затраты — 200 тыс. руб., элемент денежного потока в первый год равен 30 тыс. руб., а затем происходит ежегодное увеличение элементов денежного потока с темпом прироста, равным 7%, т. е. денежный поток проекта выглядит следующим образом:

$$CF = (-200; 30; 32,1; 34,347; 36,751; 39,324; 42,077; 45,022; 48,173; 51,546; 55,154).$$

Рассчитав, например, с помощью программного продукта MS Excel внутреннюю норму доходности, мы получим, что она равна 14%, а ее первые частные производные по сроку реализации, коэффициенту денежного потока и темпу прироста равны соответственно 0,007, 1,531 и 0,852. Это означает, что если срок реализации проекта на самом деле окажется больше, чем данный (допущена ошибка в прогнозе), например, составит 12 лет, внутренняя норма доходности также увеличится — она станет равной 17%; если произошла ошибка в прогнозе инвестиционных затрат, и они будут равны, например, 300 тыс. руб. (таким образом уменьшится коэффициент денежного потока), то внутренняя норма доходности снизится до 6%; если уменьшится темп прироста элементов денежного потока, например, до 5%, внутренняя норма доходности также снизится до 7%. Можно также проследить зависимость производных от изменения различных факторов, например, коэффициента денежного потока (таблица и рисунок).

Анализируя данные, можно видеть, что с уменьшением коэффициента денежного потока значение производной увеличивается, что говорит о снижении устойчивости инвестиционного проекта, т. е. увеличении чувствительности *IRR* к изменению коэффициента денежного потока.

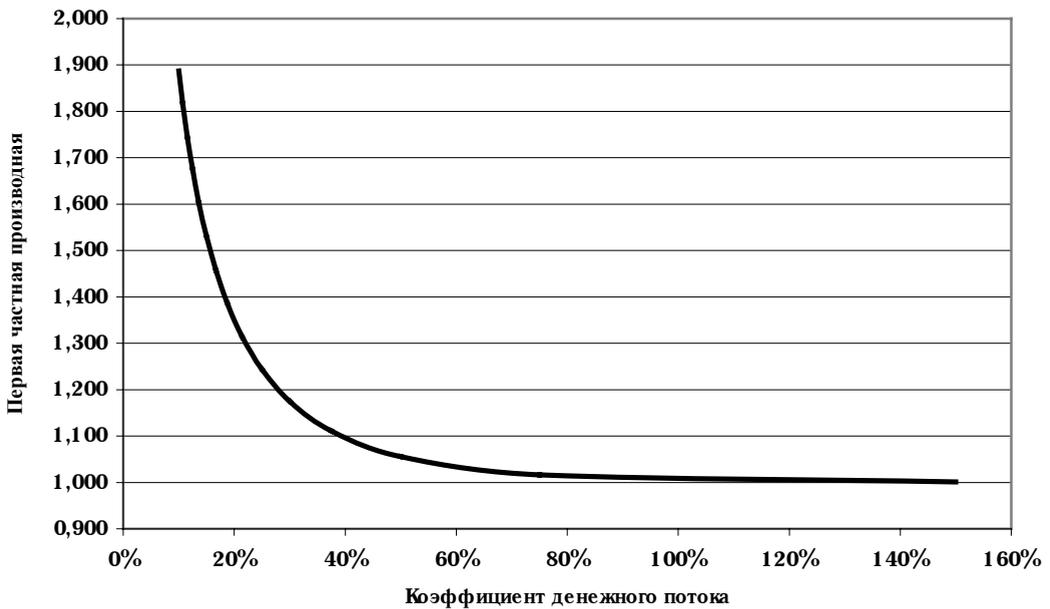
Если рассчитать вторые частные производные, а также смешанные частные производные, то можно определить влияние изменений в значениях переменных на уровень чувствительности. Например, влияние увеличения срока проекта на временную чувствительность определяется как $\partial^2 r / \partial T^2$, а влияние увеличения темпа изменения — как $\partial^2 r / \partial a \partial T$.

Можно показать, что:

- а) $\partial^2 r / \partial T^2 < 0$ при $0 < x < 1$ или $1 < x \leq 3T / (T+2)$;
- б) $\partial^2 r / \partial a^2 < 0$ при $0 < x < 1$, $T > 1$ или $x > 1$, $T > 1$;

Расчетные значения первой частной производной внутренней нормы доходности по коэффициенту денежного потока

Изменение CF_0 , %	Итоговое значение c , %	$\partial r/\partial c$
10	150	1,001
20	75	1,016
30	50	1,056
40	38	1,111
50	30	1,175
60	25	1,243
70	21	1,314
80	19	1,386
90	17	1,458
100	15	1,531
110	14	1,603
120	13	1,674
130	12	1,746
140	11	1,817
150	10	1,887



Расчетные значения первой частной производной внутренней нормы доходности по коэффициенту денежного потока.

в) $\partial^2 r / \partial c^2 < 0$ при $0 < x < 1$ или $x > 1$;

г) $\partial^2 r / \partial c \partial a > 0$ при $0 < x < 1, T > 1$ или $x > 1, T > 1$;

д) $\partial^2 r / \partial T \partial a > 0$ при $0 < x < 1, T > 1$ или $x > 1, T > 1$;

е) $\partial^2 r / \partial c \partial T < 0$ при $T > 4, 0 < x < 1, 1 < x < 2(T-1)/(T+2)$ или $T > 2, 0 < x < (T-2)/T$.

Поскольку при $T \rightarrow \infty$ и $0 < x < 1$ внутренняя норма доходности асимптотически приближается к $(a + c)$, то временная чувствительность достаточно высока для проектов, имеющих относительно короткий срок реализации, и незначительна для проектов, имеющих большой срок и $0 < x < 1$.

Отрицательность вторых частных производных говорит о том, что внутренняя норма доходности более чувствительна к уменьшению значений переменных, нежели к их увеличению.

Так как увеличение срока проекта приводит к снижению временной чувствительности и чувствительности коэффициента денежного потока, а также к увеличению чувствительности темпа изменения, можно говорить о том, что по мере увеличения срока проекта временная чувствительность и чувствительность коэффициента денежного потока снижаются относительно чувствительности темпа изменения. Увеличение коэффициента денежного потока имеет такое же влияние на чувствительность, однако увеличение темпа изменения имеет противоположное влияние — оно приводит к увеличению временной чувствительности и чувствительности коэффициента денежного потока.

Из проведенного анализа можно сделать следующие выводы.

Изменение величины инвестиционных затрат и элемента денежного потока за первый год всегда приводит к большему изменению величины внутренней нормы доходности и является более существенным в том случае, если проект краткосрочный, элементы денежного потока увеличиваются быстро и доля инвестиционных затрат, покрываемая в первый год, относительно мала.

Изменение темпа роста или снижения элементов денежного потока всегда приводит к меньшему изменению IRR и является более существенным в том случае, когда проект имеет достаточно большой срок реализации, элементы денежного потока снижаются быстро и доля инвестиционных затрат, покрываемая в первый год, относительно большая.

Влияние изменения срока реализации проекта является менее определенным, но может иметь большое значение, поэтому его необходимо внимательно исследовать в том случае, если проект краткосрочный, элементы денежного потока увеличиваются быстро и доля инвестиционных затрат, покрываемая в первый год, относительно мала.

Для некоторых проектов изменения коэффициента денежного потока могут иметь гораздо большее влияние, чем изменения величины срока реализации проекта.

Очевидно, что не существует проектов, которые были бы вовсе нечувствительны к изменениям различных показателей, поскольку по мере того, как меняются показатели, всегда существуют варианты, при которых снижение одного вида чувствительности происходит за счет увеличения другого. Однако, например, чувствительность темпа изменения ограничена, поэтому, увеличивая ее настолько, насколько это возможно, и одновременно снижая чувствительность двух других видов, которые потенциально являются большими, можно утверждать, что сравнительно долгосрочные проекты, имеющие относительно большой коэффициент денежного потока и быстро снижающиеся его элементы, являются наименее чувствительными, т. е. наименее рискованными.

¹ Бриггем Ю., Гапенски Л. Финансовый менеджмент: Полный курс. Т. 1. СПб., 1997. С. 286.

² Воронцовский А. В. Инвестиции и финансирование: методы оценки и обоснования. СПб., 2003. С. 218.

³ Воронцовский А. В. Управление рисками. СПб., 2005. С. 135–150.

⁴ Weston, J. E., Copeland T. E. Managerial Finance. The Dryden Press, 1989. P. 475.

⁵ См., напр.: Воронцовский А. В. Управление рисками. С. 115.

⁶ Подробнее о приближенных методах расчета внутренней нормы доходности см., напр.: Ковалев В. В. Введение в финансовый менеджмент. М., 2005. С. 450–451.

⁷ При $0 < x < 1$ элементы денежного потока либо увеличиваются ($a > 0$) с темпом, меньшим чем r , либо уменьшаются ($-1 < a < 0$) с темпом, меньшим 100%, а при $x > 1$ элементы денежного потока увеличиваются с темпом, большим, чем r .

Статья поступила в редакцию 19 апреля 2007 г.