

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В. К. Тютюкин

МИНИМИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ЦИКЛА ДЛЯ РОБОТИЗИРОВАННЫХ ЯЧЕЕК И ЛИНИЙ

Задача минимизации производственного цикла была решена нами для двух видов роботизированных комплексов (РК) – роботизированной линии с дополнительными устройствами (перед станками) единичной емкости¹ и роботизированного модуля². В настоящей статье та же задача рассматривается применительно и к третьему виду РК – роботизированным ячейкам (РЯ), а также для роботизированной линии с дополнительными устройствами емкостью на две детали. Для них дается характеристика (определение, классификация и примеры, включая графические изображения), приводится соответствующий вид экстремальной задачи, поставленной для любого РК³, и ее решение.

Предварительные сведения

Технологическое оснащение РК двух рассматриваемых видов включает в себя основное оборудование (станки с ЧПУ), вспомогательное оборудование – несколько или один питатель (П) и накопитель (Н) и, для простоты, единственный промышленный робот (ПР).

Станки располагаются по линейной схеме. Обозначим через n их количество ($n > 1$).

П предназначается для размещения в нем заготовок или деталей (полуфабрикатов), Н – изготовленных РК деталей. ПР является подвижным многостаночником, так как должен передвигаться вдоль фронта станков, обслуживая их, а также все П и Н.

Принимаем, что все указанные технические элементы РК работают безотказно.

Экстремальная задача для РК состоит в нахождении *схемы обслуживания* (т. е. порядка выполнения обслуживающих операций) роботом всего его оборудования (основного

Виктор Константинович ТЮТЮКИН – д-р экон. наук, профессор кафедры экономической кибернетики СПбГУ. Окончил математико-механический факультет СПбГУ (1964) и аспирантуру кафедры экономической кибернетики СПбГУ (1972). В Университете работает с 1965 г. Кандидатскую диссертацию защитил в 1973, докторскую – в 1989 г. Стажировался в университетах Франции (1976). Область научных интересов – производственный менеджмент, гибкие автоматические производства, микроэкономика. Автор более 40 научных публикаций, в том числе одного учебного пособия с грифом Министерства (в соавторстве) и одной монографии.

© В. К. Тютюкин, 2008

и вспомогательного), при которой величина цикла (периода оборота производственного процесса) минимальна ($\pi \rightarrow \min$).

Величину цикла можно представить в виде

$$\pi = V + D + П = P + П, \quad (1)$$

где $V, D, P (P = V + D), П (П \geq 0)$ – время, соответственно, обслуживания всего оборудования, движения, работы (обслуживания и движения), простоя (бесполезного, т. е. бездействия манипулятора) для ПР в каждом цикле.

Для получения минимального цикла, как известно⁴, достаточно, чтобы РК имел возможность выполнять (в каждом периоде оборота производственного процесса) непрерывно (подряд друг за другом) все четыре обслуживающие операции (доставка заготовки или детали к станку, загрузка станка соответственно заготовкой или деталью, разгрузка станка по окончании изготовления детали на нем, перенос изготовленной на данном станке детали к следующей рабочей позиции) для любого станка с учетом выполнения необходимых при этом обслуживающих операций и для вспомогательного оборудования (ниже будет показано, что для РК двух рассматриваемых видов это возможно), причем необходимым условием этого является предшествование разгрузки станка его загрузке ($P < 3$), а достоинством – возможность ограничиться прямолинейным маршрутом движения робота (кратчайшим по длине и времени на него). Указанная непрерывность влечет однозначную схему обслуживания роботом всего оборудования РК, т. е. соответствующую минимальную величину цикла.

Роботизированные ячейки

Характеристика роботизированных ячеек. Роботизированная ячейка – это такой РК, в котором выполняется на нескольких станках (с ЧПУ) либо одна технологическая операция, либо несколько, но однотипных технологических операций, при этом станки являются: в первом случае – одинаковыми (т. е. дублерами), а во втором – однотипными (но не дублерами).

ПР достаточно выбрать специализированным, ибо он функционирует с группой одинаковых или однотипных станков.

Так как в РЯ выполняется всего одна или несколько однотипных технологических операций, то ее название осуществляется в соответствии с названием технологической операции, например: РЯ *литья под давлением*, РЯ *токарной* (или *механической*) обработки, роботизированная *штамповочная* ячейка (ниже будут приведены примеры двух первых из названных РЯ).

Приведем классификацию РЯ. Как видно из определения РЯ, в ней могут выполняться либо одна, либо несколько однотипных технологических операций. В соответствии с этим имеем два их вида, первый из которых называется *технологической* (РТЯ), а второй – *предметной* (РПЯ) роботизированной ячейкой (рис. 1).

Охарактеризуем оба этих вида РЯ и дадим их примеры.

1. Технологическая РЯ (рис. 2)

Так как в ней выполняется только одна технологическая операция, то такая РЯ имеет технологическую форму специализации (отсюда и ее название). Все детали, для которых требуется выполнить данную технологическую операцию (например, токарную), стекаются в данную РТЯ, т. е. выполнение этой операции сконцентрировано в одном

Пусть в РК выполняется только одна технологическая операция – литье под давлением. Для этого имеются две машины литья под давлением. Следовательно, этот РК есть РЯ первого вида, т. е. РТЯ. Пусть в ней имеются два робота-заливщика и один робот – съемщик отливок. Все эти три робота являются стационарными, так как обслуживаемых ими станков достаточно мало. В РТЯ поступает поток одинаковых или различных деталей. Каждая деталь поступает только на одну из машин литья под давлением. Для обеих этих машин имеется единый питатель (электропечь) и единый накопитель (ванна для охлаждения отливок). Иногда у каждого станка может быть свой питатель и накопитель.

2. Предметная РЯ

В ней выполняется несколько однотипных технологических операций, например токарных (иногда их считают все же одной операцией, но являющейся многопереходной), и поэтому все имеющиеся в ней станки являются тоже однотипными (соответственно, токарными), но разными, т. е. не дублерами. Каждая из них выполняется на своем (токарном) станке (Т-1 и Т-2, если $n = 2$; рис. 4). Эти операции составляют часть или весь технологический маршрут изготовления детали. Поэтому здесь имеем предметную специализацию. Отсюда и название такой РЯ – предметная, т. е. РПЯ.

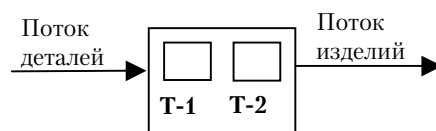


Рис. 4. Роботизированная предметная ячейка.

Замечание. Гибкие РЯ

Иногда РТЯ и РПЯ сочетаются в одной и той же РЯ. Такая РЯ является гибкой, ибо соединяет в себе обе формы специализации – технологическую и предметную. Переход от одной из них к другой, т. е. смена состава выполняемых операций, осуществляется достаточно быстро с помощью замены программы для РЯ.

Пример гибкой РЯ – РЯ токарной обработки (рис. 5).

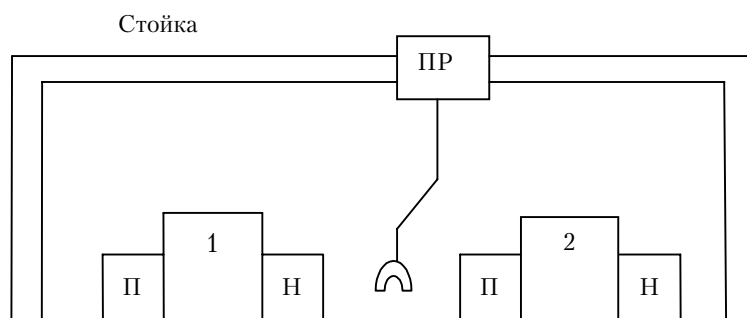


Рис. 5. Гибкая роботизированная ячейка токарной обработки.

Пусть в РЯ имеются: два однотипных, а именно – токарных станка (с номерами 1 и 2) с ЧПУ; обслуживающий их подвесной робот, который является подвижным (хотя обслуживаемых им станков – достаточно мало); П и Н – около каждого станка. Такая РЯ сочетает в себе обе формы специализации.

а) *Технологическая специализация*

Среди деталей, поступающих в данную РЯ, имеются такие, для которых требуется выполнить только одну токарную операцию. Следовательно, такие детали поступают только на один из двух имеющихся станков, т. е. передавать их со станка на станок (транспортировать) не нужно, и робот осуществляет только загрузку и разгрузку соответствующего станка, используя П и Н, имеющиеся около этого станка. Это означает, что РЯ работает как РТЯ.

б) *Предметная специализация*

Среди деталей, поступающих в данную РЯ, имеются и такие, для которых требуется выполнить две токарные операции. Такие детали последовательно обрабатываются сначала на первом, потом на втором токарных станках. Следовательно, робот осуществляет не только загрузку и разгрузку станков, но и межоперационное перемещение деталей. Это означает, что РЯ работает как РПЯ.

Расчет минимальной величины цикла для РТЯ

Технический состав РТЯ приведен на рис. 6.

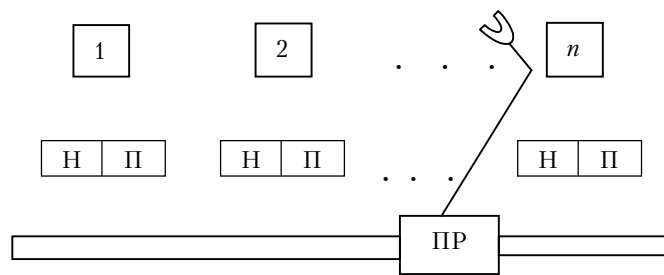


Рис. 6. Технический состав РТЯ.

Так как в РТЯ выполняется всего одна технологическая операция, то передавать детали со станка на станок не нужно, и около каждого станка имеются свои Н и П (в результате чего не требуется дополнительных устройств перед станками для временного хранения межоперационных оборотных заделов). Обе единицы этого вспомогательного оборудования в каждой их паре располагаются вблизи друг от друга, но на некотором расстоянии от станка.

Исходными данными для РТЯ (помимо n) являются следующие величины.

Известно время обслуживания роботом всего остального оборудования в РТЯ, а именно любого станка i ($i = 1 : n$): z – время загрузки (деталью), r – время разгрузки (снятия готовой детали), t – машинное время выполнения операции; а также вспомогательного оборудования: \bar{r} – время разгрузки П, \bar{z} – время загрузки Н.

Кроме того, для ПР известны следующие величины: p – время поворота манипулятора от питателя к станку ($\text{П} \rightarrow i$) или от станка к накопителю ($i \rightarrow \text{Н}$), d – время движения робота от одного станка к соседнему (одинаковое время движения между станками означает, что они находятся на одинаковом расстоянии друг от друга).

Считаем нулевым время поворота манипулятора $H \rightarrow \Pi$, ибо они находятся рядом друг с другом.

Как отмечалось выше, все четыре обслуживающие операции для станка целесообразно (по возможности) выполнить непрерывно (поряд) друг за другом. Покажем, что в рассматриваемом случае это возможно.

Утверждение. В РТЯ возможно непрерывное выполнение ПР всех четырех обслуживающих операций для любого станка.

Доказательство. Как отмечено выше, для выполнения этого утверждения необходимо, чтобы разгрузка станка предшествовала его загрузке ($P < 3$). Поэтому рассмотрим такой календарный график (КГ) для любого станка i ($i = 1 : n$), в котором это условие выполняется (рис. 7).

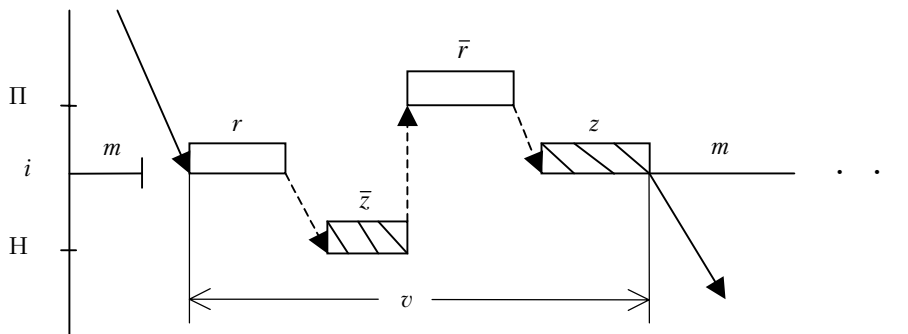


Рис. 7. Возможность непрерывного выполнения обслуживающих операций для станка в РТЯ.

Примечание: сплошная стрелка – движение робота, пунктирная – поворот манипулятора.

Как видно из рис. 7, все четыре обслуживающие операции для станка выполняются непрерывно, что и доказывает утверждение.

Таким образом, в случае РТЯ условие $P < 3$ является и достаточным для непрерывного выполнения всех четырех обслуживающих операций для станка. Объясняется это тем, что в РТЯ у каждого станка есть достаточно много вспомогательного оборудования, а именно, имеются свои П и Н.

Подсчитаем величину P , входящую в вышеприведенную формулу (1) для π .

Обозначим через v время обслуживания роботом всего оборудования на любой i -й рабочей позиции, т. е. станка i (его разгрузка-загрузка), $i = 1 : n$, и П и Н перед ним (их, соответственно, разгрузки и загрузки с учетом двух необходимых при этом поворотов манипулятора робота; см. рис. 7): $v = r + z + \bar{r} + \bar{z} + 2p$. Так как все компоненты этого времени выполняются непрерывно (поряд) друг за другом, то в КГ работы РТЯ будем показывать его в виде единого целого отрезка длиной v , не выделяя таким образом, в частности, время обслуживания П и Н, а следовательно, и не показывая само это вспомогательное оборудование, что упрощает КГ.

Зная v , легко найти V : $V = nv$. Для времени движения ПР (в силу прямолинейного маршрута движения робота, которым, как отмечено выше, можно воспользоваться в рассматриваемом случае) имеем $D = 2(n - 1)d$. Итак, $P = V + D = nv + 2(n - 1)d$.

После получения этих предварительных результатов перейдем к расчету минимальной величины цикла π^* графическим методом (рис. 8, а, б).

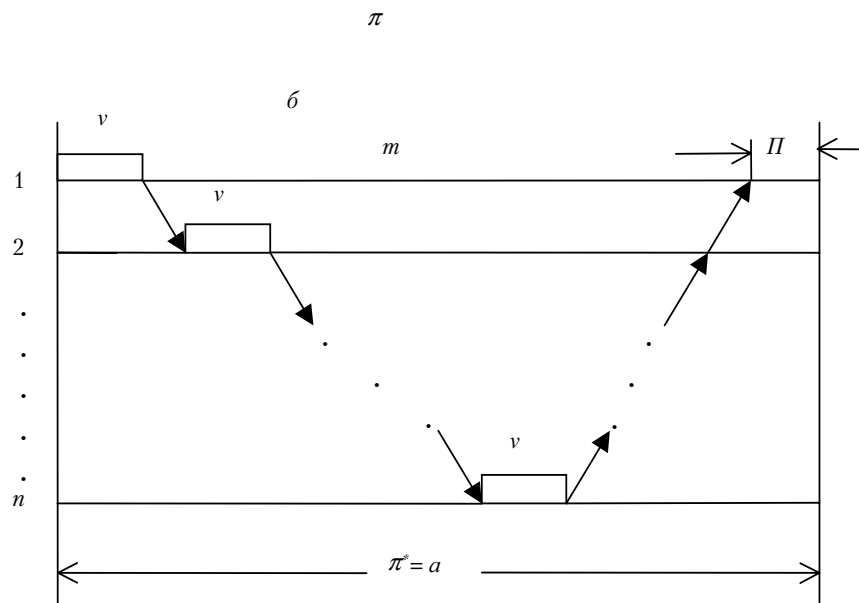


Рис. 8. Минимальный цикл в РТЯ при отсутствии (а) и наличии (б) простоев робота.

Для величины Π рассмотрим оба возможных случая: $\Pi = 0$ и $\Pi > 0$, определяемых величиной m , – маленькая она или большая по сравнению с остальными исходными данными.

Случай $\Pi = 0$ – отсутствие простоя ПР (простои же станков есть) (рис. 8, а). При этом ПР является узким местом, определяет цикл.

Как видно из рис. 8а, условие $\Pi = 0$ равносильно выполнению неравенства

$$m \leq (n - 1)(v + 2d). \quad (2)$$

Тогда имеем

$$\pi^* = P + \Pi = P = V + D = n\nu + 2(n-1)d. \quad (3)$$

Случай $\Pi > 0$ – наличие простоя работа (станки же тогда загружены непрерывно) (рис. 8, б). При этом любой из станков является узким местом, определяет величину цикла. Условие $\Pi > 0$ равносильно выполнению неравенства $m > (n-1)(\nu + 2d)$.

Тогда имеем

$$\pi^* = \nu + m = a, \quad (4)$$

где величину a можно понимать как штучное время изготовления детали на станке.

Объединим оба случая, т. е. запишем формулы (3) и (4) единой формулой. Так как $\pi^* \geq P$ и a , то для минимального значения π^* , удовлетворяющего этим двум неравенствам, имеем $\pi^* = \max(P, a)$, т. е.

$$\pi^* = \nu + \max[(n-1)(\nu + 2d), m].$$

Замечание. Для РТЯ иногда встает задача нахождения минимального количества станков, которые целесообразно поручить для обслуживания одному ПР, при условии отсутствия их простоев: $\min_{n=0} n$. Решение этой задачи получается из неравенства (2):

$$n^* = \lceil m / (\nu + 2d) \rceil + 1.$$

(В этой формуле символ $\lceil x \rceil$ означает округление числа x в большую сторону.)

Роботизированные линии

Характеристика роботизированных линий. Роботизированная линия – это такой РК, в котором выполняется несколько разнотипных технологических операций. Она представляет собой объединение нескольких роботизированных технологических модулей (РТМ) и/или РЯ, т. е. их единую техническую систему (согласно принципу модульности). В простейшем случае она есть объединение одного модуля и одной ячейки.

Пример гибкой РЛ последнего вида, имеющейся в АО «Электросила» (рис. 9).

РЛ состоит из одного фрезерного и двух токарных станков с ЧПУ, двух ПР, П, Н и ДУ. Так как станков здесь мало, то ПР – стационарные. На РЛ изготавливаются тонкие валы сложной конфигурации разной длины и диаметра нескольких десятков типоразмеров.

РЛ является гибкой по отношению к технологии. Однако гибкость здесь небольшая, ибо возможны только две следующие структуры производственного процесса (два вида технологических маршрута, т. е. состава операций).

а) *Первая структура:* РЛ работает как двухоперационная (разветвленная на второй операции) (рис. 10, а).

Для изготовления некоторых валов должны быть выполнены две операции: первая – фрезерная (Ф), вторая – токарная (Т), сконцентрированная в одной операции, т. е.

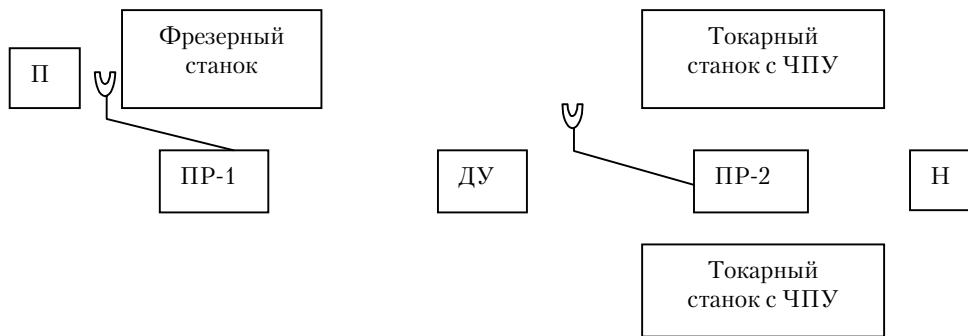


Рис. 9. Гибкая роботизированная линия.

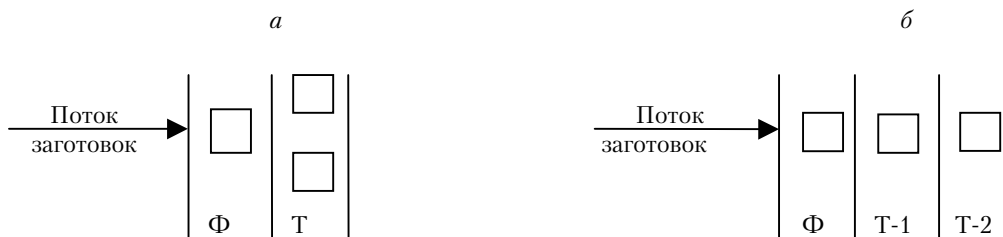


Рис. 10. Гибкая роботизированная линия, работающая как $\Phi\Phi\Phi\Phi$ - (Φ) $\Phi\Phi\Phi\Phi$ (Φ).

производимая за одну установку полуфабриката. Для этих валов вторая (токарная) операция выполняется намного дольше первой (фрезерной). Поэтому на токарной операции имеются два дублера (разветвление линии), что позволяет выровнять производительность обеих операций. ПР-2 берет с ДУ полуфабрикаты (т. е. валы с уже отфрезерованными торцами) и устанавливает их поочередно то на один, то на другой токарный станок.

б) *Вторая структура*: РЛ работает как трехоперационная (рис. 10, б).

Для изготовления некоторых валов должны быть выполнены три операции: первая – фрезерная (Ф), вторая и третья – токарные (Т-1 и Т-2). ПР-2 передает полуфабрикаты с одного токарного станка на другой.

Итак, структура процесса обработки (состав операций по обработке деталей на станках) на рассмотренной РЛ может меняться в соответствии с производственной необходимостью, и поэтому она (РЛ) является гибкой.

Расчет минимальной величины цикла для РЛ. Технический состав РЛ приведен на рис. 11. На РЛ установлено n разнообразных видов (групп) технологического оборудования (в соответствии с количеством разнообразных технологических операций, выполняемых на ней). Считаем, что каждая группа технологического оборудования содержит всего одну единицу, т. е. дублирующего оборудования на операциях нет ($c_i = 1$, где c_i – количество станков-дублеров на i -й операции, $i = 1: n$). Тогда n – это одновременно и количество станков на линии. Все эти станки являются разнотипными. Перед каждым из них имеется свое дополнительное устройство (ДУ) емкостью на две детали – для внутренних станков ($i = 2: n - 1$) и на одну деталь – для крайних станков ($i = 1, i = n$).

В РЛ входят один П, один Н, расположенные соответственно перед станками 1 и n , и подвижный ПР, который обслуживает (выполняет погрузо-разгрузочные и транспортные

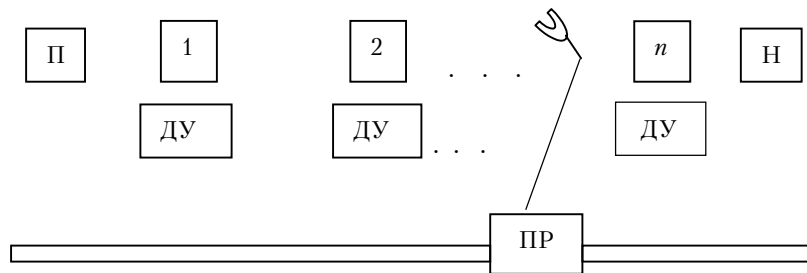


Рис. 11. Технический состав РЛ.

операции) все остальное оборудование РЛ. Таким образом, линию обслуживает один многостаночник ($S = 1$, где S – это количество многостаночников на линии), которым является ПР, и, следовательно, множество обслуживаемых им операций совпадает с множеством всех выполняемых на линии технологических операций $I = \{1, 2, \dots, n\}$.

Исходными данными для рассматриваемой РЛ (помимо n) являются следующие величины: z_i – время загрузки деталью i -го станка, m_i – машинное время изготовления детали на i -м станке, r_i – время разгрузки i -го станка (снятия с него готовой детали); $i = 1: n$; r – время разгрузки П или любого ДУ, z – время загрузки деталью Н или любого ДУ, p – время поворота манипулятора робота: от П к станку 1, от любого станка к ДУ перед ним, или наоборот, а также от станка n к Н; d_i – время перехода робота от i -го станка к $(i + 1)$ -му, или наоборот ($i = 1: n - 1$). Разное время перехода робота от станка к станку означает, что они находятся на разном расстоянии друг от друга. Если робот движется от i -го станка к $(i + 1)$ -му с деталью, а не пустой, то d_i – это одновременно и время транспортировки детали от i -го станка к $(i + 1)$ -му ($i = 1: n - 1$).

Как отмечалось выше, все четыре обслуживающие операции для станка (с учетом необходимых для них обслуживающих операций и для вспомогательного оборудования) целесообразно (по возможности) выполнить непрерывно (подряд) друг за другом. В рассматриваемом случае (РЛ с ДУ емкостями на две детали), как известно⁵:

– это возможно;

– величина v_i , означающая время обслуживания роботом всего оборудования на i -й рабочей позиции, т. е. станка i (его разгрузка-загрузка), $i = 1: n$, ДУ перед ним, питателя при $i = 1$ и накопителя при $i = n$ (соответственно, их разгрузки и загрузки с учетом обязательных при этом четырех поворотов манипулятора робота), вычисляется по формулам: $v_1 = z + 2r + r_1 + z_1 + 4p$, $v_i = 2(z + r) + r_i + z_i + 4p$ ($i = 2: n - 1$), $v_n = 2z + r + r_n + z_n + 4p$, причем, так как все компоненты этого времени обслуживания v_i выполняются непрерывно (подряд) друг за другом, то в КГ работы РЛ будем показывать его в виде единого целого отрезка длиной v_i , не выделяя в нем компоненты и, в частности, время обслуживания вспомогательного оборудования (П, ДУ, Н), а следовательно, и не показывая само это оборудование, что упрощает КГ;

– время m_i протекает частично параллельно со временем v_i .

В связи с последним для упрощения КГ работы станка считаем, что такой параллельности нет, а именно, полагаем, что m_i начинается сразу после v_i , а не z_i , и, следовательно, несколько позже. Тогда величины v_i и m_i можно рассматривать в виде единой суммы ($v_i + m_i$), которую можно считать штучным временем детали на станке i (a_i): $v_i + m_i = a_i$

($i = 1: n$). Это несколько завышенное время приводит лишь к незначительному росту величины цикла.

Подсчитаем величину P , входящую в вышеприведенную формулу (1) для π :

$$V = \sum_{i=1}^n v_i, D = 2\sum_{i=1}^{n-1} d_i, P = V + D = \sum_{i=1}^n v_i + 2\sum_{i=1}^{n-1} d_i.$$

Здесь формула для величины D справедлива в силу прямолинейного маршрута движения робота, которым, как отмечено выше, можно воспользоваться в рассматриваемом случае.

После получения этих предварительных результатов перейдем к расчету минимальной величины цикла π^* (для упрощенного КГ) графическим методом (рис. 12, а, б).

Для величины Π рассмотрим оба возможных случая: $\Pi = 0$ и $\Pi > 0$, для каждого из которых укажем КГ, необходимое и достаточное соотношение между исходными данными и формулу расчета величины цикла (π^*).

Случай $\Pi = 0$ (отсутствие простоев робота, непрерывная его работа), т. е. случай, когда узким местом (т. е. определяющим цикл) РЛ является робот (точнее, время его работы). При этом простои станков могут иметь место (рис. 12, а).

Рассматриваемое условие $\Pi = 0$ равносильно тому, что исходные данные удовлетворяют системе неравенств $P \geq a_i$ ($i = 1: n$) или, что равнозначно, одному следующему неравенству $P \geq \max_{1 \leq i \leq n} a_i$. Итак, получили

$$\pi^* = P + \Pi = P = \sum_{i=1}^n v_i + 2\sum_{i=1}^{n-1} d_i, \text{ если } P \geq \max_{1 \leq i \leq n} a_i, \text{ т. е. } \Pi = 0. \quad (5)$$

Случай $\Pi > 0$ (наличие простоя робота), при этом хотя бы у одного из станков простой отсутствует.

Рассматриваемое условие $\Pi > 0$ равносильно тому, что исходные данные удовлетворяют неравенству $\max_{1 \leq i \leq n} a_i > P$. Пусть $\max_{1 \leq i \leq n} a_i = a_k$. Тогда станок с номером k не имеет простоев (загружен непрерывно), является узким местом РЛ (рис. 12, б). Итак, получили

$$\pi^* = \max_{1 \leq i \leq n} a_i, \text{ если } \max_{1 \leq i \leq n} a_i > P, \text{ т. е. } \Pi > 0. \quad (6)$$

Объединим оба случая, т. е. запишем формулы (5) и (6) в виде единой формулы. Так как $\pi^* \geq P$ и $\max_{1 \leq i \leq n} a_i$, то для минимального значения π^* , удовлетворяющего этим двум

неравенствам, имеем $\pi^* = \max\left(P, \max_{1 \leq i \leq n} a_i\right)$, т. е.

$$\pi^* = \max\left(\sum_{i=1}^n v_i + 2\sum_{i=1}^{n-1} d_i, \max_{1 \leq i \leq n} a_i\right).$$

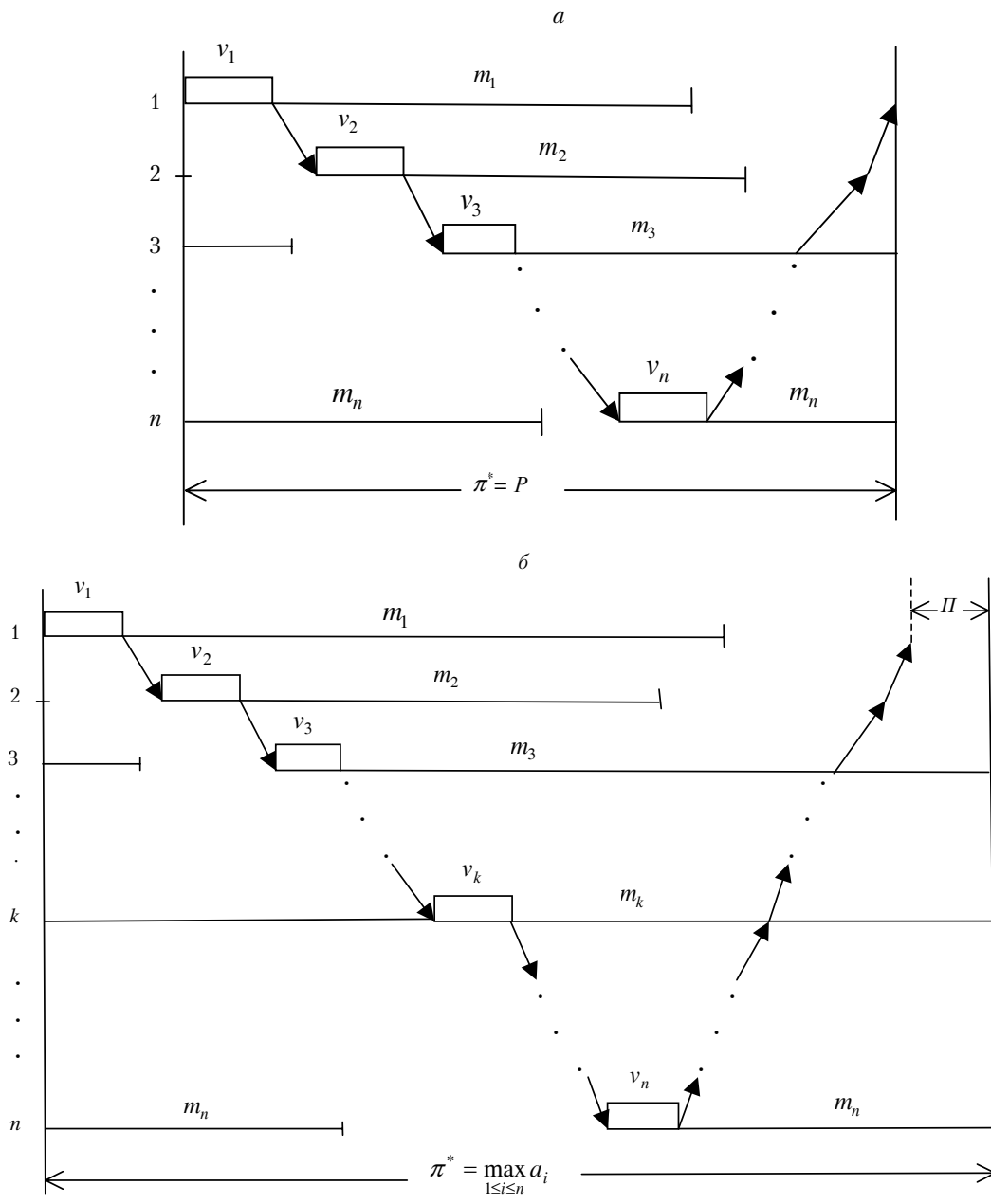


Рис. 12. Минимальный цикл линии при отсутствии (а) и наличии (б) простоев работы.

¹ *Тютюкин В. К.* Оптимальный календарный график для роботизированной линии // Применение математики в экономике: Сб. ст. Вып. 16 / Под ред. А. В. Воронцовского. СПб., 2006.

² *Тютюкин В. К.* Минимизация производственного цикла в роботизированных модулях // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 5: Экономика. 2007. Вып. 3.

³ *Тютюкин В.К.* Оптимальный календарный график для роботизированной линии. С. 159–161.

⁴ Там же. С. 161–162.

⁵ Там же. С. 167–169.

Статья поступила в редакцию 28 февраля 2008 г.