ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

К. Ю. Борисов, О. А. Подкорытова

О ВЛИЯНИИ НЕРАВЕНСТВА В РАСПРЕДЕЛЕНИИ ДОХОДОВ НА ТЕМПЫ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

Введение

В первой половине XIX в., когда центральное положение в экономической науке занимала классическая школа, проблемы распределения национального дохода и национального богатства стояли в центре внимания экономистов-теоретиков, но после того как доминирующее положение в экономической теории заняла неоклассическая парадигма, эти проблемы отошли на задний план. Некоторое возрождение интереса к проблемам распределения имело место в 50–60-е годы XX столетия и было связано с работами Н. Калдора и С. Кузнеца.[1] В последнее время эти проблемы опять заняли центральное место в программах научных исследований.[2] В значительной мере это произошло в связи с осознанием того факта, что характер распределения оказывает сильное влияние на экономический рост. Вопрос о том, положительное или отрицательное влияние оказывает неравенство в распределении национального дохода и национального богатства на темпы экономического роста, и каковы механизмы этого влияния, еще не имеет удовлетворительного ответа.

В этой статье мы делаем попытку осветить эти вопросы с помощью анализа модели экономического роста, в которой коэффициенты дисконтирования экономических агентов и даже макроэкономическая производственная функция формируются эндогенным образом. Ключевую роль в нашем анализе играет тот факт, что множество равновесий сбалансированного роста в этой модели очень велико (оно представляет

Кирилл Юрьевич БОРИСОВ — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр. С.-Петерб. экономико-математического института РАН, преподает на кафедре экономической кибернетики СПбГУ и в Европейском университете в СПб. В 1980 г. окончил экономический факультет, а в 1985 защитил кандидатскую диссертацию на математико-механическом факультете ЛГУ. Основные научные интересы – математическая теория экономической динамики и равновесия, неортодоксальные экономические теории.

Ольга Анатольевна Подкорытова — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры экономической кибернетики СПбГУ. Окончила математико-механический факультет ЛГУ в 1990 г. Область научных интересов – математическая статистика и эконометрика.

собой целый континуум).[3] Это множество можно параметризовать с помощью естественного индекса экономического неравенства, и при некоторых предположениях зависимость равновесного темпа экономического роста от этого индекса имеет перевернутую U-образную форму. Это значит, что при невысоком уровне экономического неравенства некоторое его увеличение может привести к ускорению экономического роста, однако дальнейший рост неравенства будет уже сопровождаться уменьшением темпа роста.

Наш анализ учитывает два возможных эффекта роста экономического неравенства. С одной стороны, с ростом относительного уровня благосостояния увеличивается склонность потребителя к сбережению. Отсюда следует, что бóльшим уровням неравенства соответствуют более высокие общенациональные нормы сбережения. С другой стороны, увеличение уровня экономического неравенства ведет к появлению социальной и политической напряженности и, как следствие, к экономическим потерям для общества. Естественно считать, что при малых уровнях неравенства доминирует первый из эффектов, а при больших — второй. В этом случае и возникает перевернутая U-образная зависимость равновесного темпа экономического роста от уровня неравенства.

Свое исследование мы проводим в рамках модели эндогенного экономического роста, известной в экономической литературе под названием АК-модели.[4] Напомним, что модели эндогенного роста характеризуются тем важным свойством, что в них долгосрочный темп экономического роста не является заданным параметром (как в таких традиционных моделях роста, как модель Солоу или модель Рамсея), а определяется внутри модели. Нашей целью является исследование вопроса о том, как зависит от неравенства в распределении национального дохода и богатства именно темп роста, а это можно делать только в рамках моделей эндогенного роста. На сегодняшний день построено довольно много таких моделей. Среди них нет такой, которая могла бы претендовать на то, чтобы считаться канонической. Каждая обладает своими достоинствами и недостатками. Что касается АК-модели, то она, по-видимому, является простейшей с аналитической точки зрения. Именно поэтому мы выбрали ее для своего исследования.

Кроме теоретической модели, мы также строим некоторую эконометрическую модель, которая в определенной мере подтверждает результаты теоретического анализа.

АК-модель

В этом пункте мы вкратце опишем АК-модель в ее традиционной формулировке.[5] Рассматривается экономика, в которой выпуск валового национального продукта Y задается с помощью макроэкономической производственной функции $Y=\Phi(K, L, A)$, где K — это основной капитал, L — рабочая сила, A — переменная, отражающая состояние технического прогресса. Не умаляя общности, будем считать, что количество рабочей силы постоянно во времени, причем $L=1$. Технический прогресс является трудодобавляющим,[6] т.е. с увеличением A растет производительная сила труда. Более точно, $\Phi(K, L, A)=F(K, AL)$, где F — неоклассическая производственная функция. В этом случае величина $AL=A$ обычно интерпретируется как «эффективная» (т. е. усиленная за счет технического прогресса) рабочая сила, а величина $k=K/A$ — как ее капиталовооруженность. Как обычно, производственная функция в так называемой интенсивной форме задается равенством $f(k)\equiv F(k,1)$. Основное предположение, характеризующее АК-модель, состоит в том, что величина A, показывающая величину «эффективной» рабочей силы в экономике, задается равенством $A = K/\bar{k}$, где $\bar{k} > 0$ — это экзогенно заданная величина. Иными словами, эта величина пропорциональна размеру основного капитала в экономике, а ее капиталовооруженность равна $\bar{k}$ (здесь и далее черта над переменной указывает, что используется некоторое фиксированное ее значение). Это значит, что эффективная рабочая сила растет одновременно с ростом основного капитала. Следовательно, выпуск валового национального продукта задается соотношением $Y = f(\bar{k})K/\bar{k}$ (или, что то же, $Y = f(\bar{k})A$). Кроме того, мы предполагаем, что рынки труда и капитала являются конкурентными и находятся в состоянии равновесия, а также что коэффициент выбытия капитала равен нулю (капитал не изнашивается). Из этих предположений следует, что ставка процента r и реальная заработная плата w, приходящаяся на единицу «эффективной» рабочей силы, равны предельному продукту капитала и «эффективного» труда соответственно и определяются равенствами

$$r = \bar{r} \equiv \frac{\partial F}{\partial K}(\bar{k},1) = f'(\bar{k}),\ w = \bar{w} \equiv \frac{\partial F}{\partial (AL)}(\bar{k},1) = f(\bar{k}) - r\bar{k}.$$

Наша цель состоит в том, чтобы рассмотреть модель, в которой коэффициенты дисконтирования потребителей, а также производственная функция формируются эндогенно. Однако сначала напомним, как устроены равновесные траектории в предположении, что весь потребительский сектор экономики представлен одним репрезентативным потребителем, коэффициент дисконтирования которого задан экзогенно, а производственная функция задается так, как было описано выше.

Мы будем рассматривать AK-модель в дискретном времени, т. е. переменная времени t принимает значения 0, 1, 2,... . Текущему моменту времени соответствует t=0.

Традиционное предположение о поведении репрезентативного потребителя состоит в том, что при заданном начальном уровне своих сбережений s_0 он решает задачу максимизации межвременно́й полезности:

$$\max\left\{\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u(c_t) \mid c_t + s_{t+1} = (1+r)s_t + wA_t,\ t = 0,1,...\right\}, \tag{1}$$

где $\beta \in (0,1)$ — его субъективный коэффициент дисконтирования, c_t — потребление рассматриваемого потребителя в периоде от момента времени t до момента t+1 (периоде времени $[t, t+1]$), s_t — его сбережения на начало данного периода, A_t — количество «эффективной» рабочей силы в этом периоде (эта величина рассматривается потребителем как экзогенно заданная), $u(c)$ — краткосрочная функция полезности, показывающая, какую полезность потребитель извлекает из своего собственного потребления c в течение единичного промежутка времени. Здесь и далее ради простоты мы предполагаем, что $u(c)=\ln c$.

Содержательный смысл задачи (1) состоит в том, что в каждый момент времени t+1, t=0,1,... потребителю необходимо разделить имеющееся в его распоряжении богатство $(1+r)s_t+wA_t$ на потребление c_t и новые сбережения s_{t+1}. Делает он это посредством максимизации полезности на бесконечном интервале планирования. При этом он соизмеряет полезность, полученную от сегодняшнего потребления, и будущую полезность с помощью коэффициента дисконтирования β.

Для данной модели естественным образом вводится понятие равновесной траектории, которая характеризуется требованием равенства в каждый момент времени основного капитала K_t сбережениям s_t в предположении, что репрезентативный потребитель решает задачу (1). При этом ограничения в задаче определяются динамикой накопления капитала, поскольку $A_t = K_t / \bar{k}$. Важным свойством[7] равновесных траекторий в рассматриваемом случае является то, что они за один шаг переходят на траекторию сбалансированного роста, которая характеризуется для t=1, 2,... соотношениями

$$c_{t+1}=(1+g^*)c_t,\ s_{t+1}=(1+g^*)s_t,\ K_{t+1}=(1+g^*)K_t,$$

где g^* — равновесный темп экономического роста. Он задается равенством

$$1+g^*=\beta(1+r).$$

Мы предполагаем, что $\beta(1+r)>0$. Следует заметить, что данная модель существенно отличается от традиционных моделей экзогенного роста, например от модели Рамсея. В модели Рамсея долгосрочный темп роста экономики совершенно не зависит от поведения репрезентативного потребителя, в то время как в АК-модели равновесный темп роста g^* будет тем выше, чем выше субъективный коэффициент дисконтирования β, т.е. чем более терпеливым является репрезентативный потребитель.

Основные предположения предлагаемой модели

Предположение о том, что потребительский сектор представлен одним репрезентативным потребителем, хотя и является традиционным (например, оно делается и в модели Рамсея), но не выглядит вполне обоснованным. В частности, нет никаких оснований считать, что коэффициенты дисконтирования различных потребителей одинаковы, но именно это предположение делает обоснованным понятие репрезентативного потребителя. Кроме того, вызывает сомнение даже сама возможность считать коэффициенты дисконтирования экзогенно заданными параметрами. По-видимому, было бы правильнее считать, что они формируются эндогенно. Чтобы пояснить эту мысль, напомним, в чем состоит содержательный смысл задачи о максимизации межвременнóй полезности. Эта задача предназначена для ответа на вопрос о том, как в каждый момент времени делится доход потребителя на сбережения и потребление. В простейших случаях это делается посредством функции потребления, которая задает зависимость размера потребления от величины располагаемого дохода. Очень часто в моделях экономического роста предполагается, что эта функция характеризуется постоянной нормой сбережения, или, что эквивалентно, постоянной средней склонностью к потреблению. Действительно, чем выше норма сбережения, тем большее значение придает потребитель своему будущему потреблению по сравнению с текущим потреблением. В некотором смысле субъективный коэффициент дисконтирования несет в себе примерно ту же информацию, что и норма сбережения. Чем он выше, тем более терпеливым является потребитель.

Нет никаких априорных оснований считать, что норма сбережения потребителя является величиной постоянной. Начиная по крайней мере с Кейнса,[8] многие экономисты явно или неявно предполагали, что с ростом дохода или благосостояния потребителя его предельная и средняя склонность к потреблению падает. Недавние эмпирические исследования подтверждают это предположение.[9] Однако, как ни странно, в моделях экономического роста обычно делается предположение о том, что норма сбережения неизменна.[10] В случае, когда решение о потреблении и сбережениях вытекает из задачи оптимального межвременнóго выбора, аналогом положения об убывающей средней склонности к потреблению является предположение о том, что, при прочих равных, с ростом благосостояния потребителя растет его *субъективный* коэффициент дисконтирования.[11] Именно это предположение мы сейчас и сделаем, однако сначала скажем несколько слов о том, как формируется производственная функция.

По поводу производственной функции мы предполагаем, что

$$\Phi(K, L, A)=(1-p)F(K, AL),$$

где $p\in[0,1)$ — некоторый коэффициент «общественных потерь», который возрастает с ростом уровня экономического неравенства, а $L=1$. Тем самым если к началу периода t запас основного капитала в экономике равен K_t, то выпуск продукции в этом периоде составит $Y_t = aK_t \left(= aA_t\bar{k}\right)$, где $a=(1-p)f\left(\bar{k}\right)/\bar{k}$. При заданном p равновесные ставка процента r и ставка заработной платы «эффективной» рабочей силы w задаются равенствами

$$r=(1-p)\bar{r}\,,\; w=(1-p)\bar{w} \tag{2}$$

(в предыдущем пункте мы предполагали, что $r=\bar{r}\,,\; w=\bar{w}$).

Сделанное нами предположение в некоторой мере отражает тот опыт, который приобрела наша страна за время рыночных преобразований. Эмпирические наблюдения на материале многих других стран тоже говорят о том, что с ростом неравенства в обществе растет социальная и политическая напряженность, а последняя, в свою очередь, ведет к росту экономической нестабильности и, как следствие, к экономическим потерям.[12] Эти потери могут быть связаны с уменьшением мотивации к производительному труду, с необходимостью дополнительных затрат на поддержание общественного порядка, на страхование экономической деятельности и с многими другими обстоятельствами.

Более точно мы специфицируем наше предположение о формировании величины p чуть ниже, а сейчас предположим, что она как-то уже задана, и опишем формирование коэффициентов дисконтирования в нашей модели. Мы отказываемся от предположения о репрезентативном потребителе и считаем, что каждый потребитель решает свою собственную задачу о максимизации дисконтированной полезности. Важно подчеркнуть, что по своим экзогенным параметрам все потребители идентичны. Субъективный коэффициент дисконтирования каждого отдельного потребителя является возрастающей функцией от его относительного дохода, т.е. его дохода, соизмеренного со среднедушевым доходом.

Если суммарные сбережения некоторого потребителя в начале периода $[t,\ t+1]$ равны s_t, то в течение этого периода доход рассматриваемого потребителя с этих сбережений составит rs_t. Поскольку этот потребитель получит еще и зарплату в размере wA_t, то его совокупный доход окажется равным величине rs_t+wA_t. Что касается среднедушевого дохода, то эта величина составляет $Y_t/L = A_t f\left(\bar{k}\right)$. Итак, относительный доход рассматриваемого потребителя в периоде $[t,\ t+1]$ составляет величину

$$\frac{(1-p)\bar{r}s_t+(1-p)\bar{w}A_t}{(1-p)A_t f\left(\bar{k}\right)}=\frac{\bar{r}s_t+\bar{w}A_t}{A_t f\left(\bar{k}\right)},$$

а его коэффициент дисконтирования в момент времени $t+1$ задается равенством

$$\beta=\varphi\left(\frac{(1-p)\bar{r}s_t+(1-p)\bar{w}A_t}{(1-p)A_t f\left(\bar{k}\right)}\right),\quad \text{т. е.}\quad \beta=\varphi\left(\frac{\bar{r}s_t+\bar{w}A_t}{A_t f\left(\bar{k}\right)}\right),$$

где $\varphi:[1,\infty)\to(0,1)$— непрерывная монотонно возрастающая функция. Сделанное предположение учитывает тот факт, что представление о высоком и низком уровне дохода каждого отдельного потребителя модифицируется с течением времени и зависит от изменяющейся точки отсчета, в качестве которой выступает среднедушевой уровень дохода.[13] Если, например, доход некоторого потребителя растет с тем же темпом, что и среднедушевой доход, то его относительный доход останется неизменным. Значит, неизменным останется и его субъективный коэффициент дисконтирования. А вот если среднедушевой доход растет быстрее, чем доход рассматриваемого потребителя, то относительный доход последнего уменьшится вместе с коэффициентом дисконтирования.

Анализ поведения потребителей

Прежде чем изучать состояния равновесия, нам необходимо сделать несколько предварительных замечаний по поводу устройства решений задачи потребителя в предположении, что нам известны величина p и темп технического прогресса $g\in(0, r)$, где r вместе с w задаются равенствами (2), а также, что сбережения должны быть неотрицательными (последнее предположение делается ради простоты формулировок и может быть существенно ослаблено). В этом случае $A_t=(1+g)^tA_0$ (t=0, 1,...) и задача потребителя (1) приобретает вид

$$\max\left\{\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u(c_t)\middle| c_t+s_{t+1}=(1+r)s_t+w(1+g)^t A_0\,,\,s_t\geq 0\,,\,t=0,1,...\right\}, \tag{3}$$

где величины $A_0>0$ и $s_0\geq0$ являются заданными. Ее решением является некоторая последовательность $(c_t,\ s_{t+1})_{t=0,1,...}$, которая для каждого момента времени t задает деление богатства, которым на этот момент располагает потребитель (оно равно $(1+r)s_t+w(1+g)^tA_0$), на потребление c_t и сбережения s_{t+1}.

Здесь надо отметить, что в рамках сделанных нами предположений может возникнуть проблема временнóй несогласованности. Оптимальное решение потребителя, принятое в момент времени t, может оказаться неоптимальным с точки зрения ситуации, в которой он окажется в момент $t+1$. Это произойдет в том случае, если изменятся его коэффициент дисконтирования и, следовательно, целевая функция. Однако мы ограничимся рассмотрением только траекторий сбалансированного роста, а в этом случае проблема возможной временнóй несогласованности разрешится сама собой.

Как обычно,[14] под траекторией сбалансированного роста понимается такая траектория, на которой все натуральные показатели (в том числе потребление и сбережения каждого потребителя) растут одинаковым темпом роста. Несложно показать, что этим единым темпом роста может быть только темп технического прогресса g. Отсюда следует, что на траектории равновесного сбалансированного роста решение $(c_t,\ s_{t+1})_{t=0,1,...}$ задачи (3) должно удовлетворять соотношениям

$$c_{t+1}=(1+g)c_t,\ s_{t+1}=(1+g)s_t,\ t=0,1,...\ ,$$

т.е. найдется такая пара (c, s), что

$$c_t=(1+g)^tA_0c,\ s_{t+1}=(1+g)^{t+1}A_0s,\ t=0,1,...\ . \tag{4}$$

Если эта пара удовлетворяет равенству

$$\beta=\varphi\left(\frac{\bar{r}s+\bar{w}}{f(\bar{k})}\right),$$

т. е.

$$\beta=\varphi\left(\frac{\bar{r}s_t+\bar{w}A_t}{A_tf(\bar{k})}\right), t=0,1,..., \tag{5}$$

то мы будем называть ее *согласованным* (*во времени*) *оптимумом потребителя*.

Здесь надо объяснить, что в данном контексте означает согласованность. Очевидно, что решение задачи (3) самым существенным образом зависит от коэффициента дисконтирования β. В то же время, в силу сделанного нами предположения о формировании субъективных коэффициентов дисконтирования, сам коэффициент дисконтирования должен удовлетворять равенству

$$\beta = \varphi\left(\frac{\bar{r}s_0 + \bar{w}A_0}{A_0 f\left(\bar{k}\right)}\right),$$

т.е. соотношению (5) при t=0. При этом только в случае, когда это соотношение выполняется для всех t, коэффициент дисконтирования потребителя не будет меняться с течением времени и, следовательно, не возникнет проблемы временнóй несогласованности. А если последней проблемы не возникает, то можно говорить о согласованности. Еще раз подчеркнем, что в рамках нашей модели согласованность возможна только для траекторий сбалансированного роста.

Следующая лемма описывает устройство согласованных оптимумов потребителя.

Лемма. *Пара* (c, s) *является согласованным оптимумом потребителя тогда и только тогда, когда выполняется равенство*

$$c=w+(r-g)s,$$

и, кроме того, либо s *удовлетворяет равенству*

$$1+g = \varphi\left(\frac{\bar{r}s+\bar{w}}{f\left(\bar{k}\right)}\right)(1+r), \tag{6}$$

либо $\varphi(1)(1+r)<1+g<1+r$ *и* $s=0$.

Для того чтобы прояснить смысл сформулированной леммы, предположим, что равновесный темп роста $g^*\in(1, r)$ нам каким-то образом уже известен и все натуральные показатели растут именно этим темпом. Для каждого отдельного потребителя динамика его потребления и сбережений должна задаваться соотношениями (4) при $g=g^*$, где (c, s) — согласованный оптимум потребителя. Тем самым, как вытекает из сформулированной леммы, на траектории равновесного сбалансированного роста потребление отдельно взятого потребителя будет определяться равенством

$$c_t=(1+g^*)^t cA_0,$$

где $c=w+(r-g^*)s^*$, а s^* либо равняется нулю, либо является решением уравнения (6) относительно s при $g=g^*$. Значит, на траектории равновесного сбалансированного роста могут существовать две группы населения (но не более), одна из которых характеризуется тем, что ее представители тратят на потребление всю свою заработную плату, а другая — тем, что у каждого из ее представителей имеются сбережения, которые постоянно растут темпом роста g^*. Сразу же отметим, что представители одной и той же группы находятся в абсолютно одинаковом положении, при этом не исключена вырожденная ситуация, когда все население состоит только из одной (другой) группы.

Мы будем называть первую группу «*бедными*», а вторую — «*богатыми*».

Здесь следует обратить внимание на то, что, поскольку мы ведем речь только о равновесиях сбалансированного роста, потребитель не принимает решения о том, быть ли ему «богатым» или «бедным». Если по независящим от этого потребителя причинам получилось так, что в какой-то момент времени он оказался «бедным», то «бедным» он и останется. Дело в том, что если потребитель попал в класс «бедных», доходы которых ограничиваются их заработной платой, то его субъективный коэффициент дисконтирования будет столь низким, что при данных ставке процента и темпе роста экономики ему будет невыгодно делать какие-то сбережения и в дальнейшем. Если потребитель оказался «богатым», то и далее он будет оставаться «богатым», поскольку его благосостояние достаточно велико для того, чтобы его субъективный коэффициент дисконтирования оказался столь большим, что ему и далее будет выгодно делать сбережения, которые в будущем принесут новые доходы.

Теперь мы готовы к тому, чтобы уточнить наши предположения о том, как формируется коэффициент «общественных потерь» p. Для этого нам необходимо выбрать какой-нибудь показатель неравенства в распределении доходов. В качестве такого показателя можно было бы взять, например, коэффициент Джини или какой-нибудь другой известный индекс. Хотя мы еще не дали определения равновесия сбалансированного роста, но из сформулированной выше леммы уже знаем, что в таких равновесиях население делится не более чем на две группы, «бедных» и «богатых», причем внутри каждой из групп доходы всех ее участников абсолютно одинаковы. А в такой ситуации в качестве требуемого индекса вполне можно взять относительный доход отдельно взятого «богатого», т.е. соотношение между доходом «богатого» и среднедушевым доходом в экономике в целом. Обозначим это соотношение через η и будем считать, что коэффициент «общественных потерь» p зависит от него: $p=p(\eta)$, где $p(\eta)$ — непрерывная монотонно возрастающая функция, заданная на множестве неотрицательных чисел и принимающая значения в интервале $[0, 1)$. Сразу же заметим, что для рассматриваемой нами «двухклассовой» ситуации показатель η и коэффициент Джини по существу эквивалентны, поскольку одна из этих величин может быть получена из другой с помощью монотонного преобразования.

Итак, из проведенного анализа следует, что на траектории сбалансированного роста идентичные по своим экзогенным характеристикам потребители могут оказаться в одном их двух совершенно разных положений — положении «бедного» или положении «богатого». При этом пропорция, в которой население делится на «бедных» и «богатых», не предопределена экзогенными параметрами модели, а ее различным значениям соответствуют различные значения некоторого естественного индекса неравенства в распределении национального дохода.

Экономическое неравенство и равновесный темп роста

В этом пункте мы введем понятие равновесия сбалансированного роста, покажем, что множество этих равновесий очень велико, и исследуем вопрос о том, как в этих равновесиях темп экономического роста зависит от неравенства в распределении национального дохода.

Мы будем обозначать через $\phi \in [0,1]$ долю «богатых» в общем населении, а переменные, которые к ним относятся, будем отмечать с помощью индекса h. Переменные, которые касаются «бедных» (очевидно, их доля составляет $1-\phi$), мы будем отмечать с помощью индекса l. Ниже доли «богатых» и «бедных» будут определяться эндогенно, точно так же, как и величина η. Равновесные значения эндогенных переменных мы будем отмечать с помощью знака «звездочка» (*).

Под *траекторией равновесного сбалансированного роста*, исходящей из $K_0>0$, мы будем понимать такую последовательность $(c_{lt},\ c_{ht},\ s_{h,\ t+1},\ K_{t+1})_{t=0,1,\ldots}$, что при $A_0 = K_0 / \bar{k}$ и при r и w, задаваемых соотношениями (2), найдутся $\phi^* \in [0, 1]$ (равновесное значение доли «богатых»), $\eta^* \in (0, 1)$ (равновесное значение относительного дохода «богатого») и $g^* \in (0, r)$ (равновесный темп роста), для которых и всех $t=0, 1,\ldots$ выполняются следующие условия:

i) $$\eta^* = \frac{\bar{r}s_{h,t-1} + \left(1+g^*\right)^t A_0 \bar{w}}{\left(1+g^*\right)^t A_0 f\left(\bar{k}\right)} = \frac{\bar{r}s_h^* + \bar{w}}{f\left(\bar{k}\right)};$$

ii) $c_{lt}=(1+g^*)^t A_0 c_l^*$, где пара $(c_l^*,0)$ представляет собой согласованный оптимум потребителя при $g=g^*$ и $p=p(\eta^*)$;

iii) $c_{ht}=(1+g^*)^t A_0 c_h^*$ и $s_{h,t+1}=(1+g^*)^{t+1} A_0 s_h^*$, где пара (c_h^*, s_h^*) является согласованным оптимумом потребителя при $g=g^*$ и $p=p(\eta^*)$;

iv) $K_{t+1}=(1+g^*)^{t+1} A_0=\phi^* s_{h,t+1}$.

В этом определении условие i) означает, что относительный доход «богатого» не меняется с течением времени. Поскольку доля «богатых» в общем населении ϕ^* тоже постоянна, то это условие гарантирует временну́ю согласованность. Условие ii) говорит о том, что последовательность $(c_{lt},0)_{t=0,1,...}$ является решением задачи потребителя (3) при $s_0=0$, $g=g^*$, $p=p(\eta^*)$ и $\beta = \varphi\left(\frac{\bar{w}}{f\left(\bar{k}\right)}\right)\left(= \varphi\left(\frac{\bar{w}A_t}{A_t f\left(\bar{k}\right)}\right)\right), t = 0,1,....$ Эта последовательность задает динамику потребления и сбережения типичного «бедного». Условие iii) говорит о том, что последовательность $(c_{lt},s_{h,t+1})_{t=0,1,...}$ является решением задачи потребителя (3) при $s_0=s_{h0}$, $g=g^*$, $p=p(\eta^*)$ и $\beta = \varphi\left(\frac{\bar{r}s_{ht} + \bar{w}A_t}{A_t f\left(\bar{k}\right)}\right), t = 0,1,....$ Эта последовательность задает динамику потребления и сбережения типичного «богатого». Что касается условия iv), то оно говорит о том, что в каждый момент времени весь основной капитал в экономике профинансирован за счет сбережений «богатых», ибо «бедные» не делают сбережений (т.е. достигается равновесие на рынке капитала). Точности ради заметим, что на траектории равновесного сбалансированного роста выполняется материальный баланс (достигается равновесие на рынке единственного выпускаемого продукта):

$$(K_{t+1}-K_t)+\phi^* c_{ht}+(1-\phi^*)c_{lt}=aK_t,\ t=0,1,...\ ,$$

т.е. национальный продукт aK_t представляет собой сумму чистых инвестиций в размере $K_{t+1}-K_t$, потребления «богатых» $\phi^* c_{ht}$ и потребления «бедных» $(1-\phi^*)c_{lt}$. Хотя и в неявном виде, но в определении траектории равновесного сбалансированного роста присутствует и требование равновесия на рынке труда.

Теперь мы можем естественным образом определить *состояние равновесия* сбалансированного роста в нашей модели как набор $(g^*, \phi^*, \eta^*, c_l^*, c_h^*, s_h^*)$, который удовлетворяет следующим требованиям:

$g^*>0$;

$$\eta^* = \frac{\bar{r}s_h^* + \bar{w}}{f\left(\bar{k}\right)};$$

$(c_l^*,0)$ является согласованным оптимумом потребителя при $g=g^*$ и $p=p(\eta^*)$;

(c_h^*,s_h^*) является согласованным оптимумом потребителя при $g=g^*$ и $p=p(\eta^*)$;

$$\phi^* s_h^* = \bar{k}.$$

Число g^* мы будем называть *равновесным темпом роста*.

Легко заметить, что каждой траектории равновесного сбалансированного роста соответствует единственное состояние равновесия, а каждому состоянию равновесия соответствуют единственная с точностью до выбора K_0 траектория равновесного сбалансированного роста.

Теперь мы готовы сформулировать наше основное утверждение.

Теорема. *При любом* $\eta \geq 1$, *удовлетворяющем неравенству* $\varphi(\eta)(1+(1-p(\eta))\bar{r})>0$, *существует равновесие сбалансированного роста* $(g^*, \phi^*, \eta^*, c_l^*, c_h^*, s_h^*)$, *для которого* $\eta^*=\eta$ *и, следовательно,*

$$1+g^*=\varphi(\eta)(1+(1-p(\eta))\bar{r}).$$

Доказательство теоремы мы опустим.[15] А ее содержательный смысл состоит в том, что множество стационарных равновесий в нашей модели представляет собой целый континуум. Это множество можно параметризовать с помощью переменной η, которая в рассматриваемом случае используется в качестве индекса неравенства. Возникает естественный вопрос о том, какова зависимость равновесного темпа роста от уровня неравенства, т.е. зависимость величины $\varphi(\eta)(1+(1-p(\eta))\bar{r})-1$ от η.

В общем случае нельзя однозначно и полно охарактеризовать эту зависимость. Однако можно считать, что функция $\varphi(\eta)$ достаточно быстро растет при малых значениях η, но этот рост замедляется с увеличением η (рис. 1).

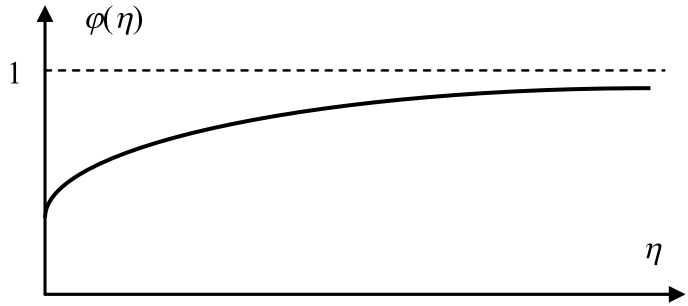

Рис. 1. Зависимость субъективного коэффициента дисконтирования от показателя неравенства η.

Что касается функции $p(\eta)$, то естественно считать, что она имеет *s*-образную форму, т.е. при малых значениях η она растет довольно медленно, и ее значение близко к нулю, затем на некотором интервале эта функция растет довольно быстро, а далее рост снова замедляется (рис. 2).

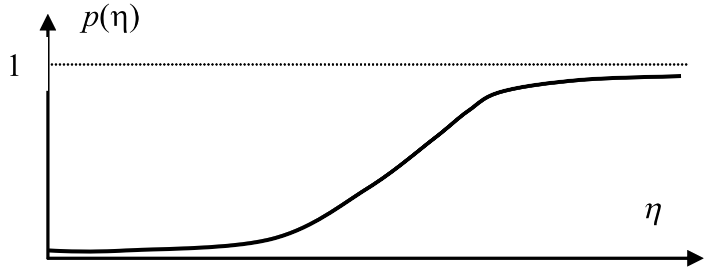

Рис. 2. Зависимость коэффициента «общественных потерь» от показателя неравенства η.

Если эти предположения дополнить некоторыми техническими деталями, то окажется, что с ростом η величина $\varphi(\eta)(1+(1-p(\eta))\bar{r})$ сначала растет, где-то достигает своего максимума и далее начинает убывать. Это означает, что пока неравенство доходов невелико, его увеличение будет сопровождаться увеличением темпа роста национального продукта и заработной платы. Однако, когда неравенство и так уже достаточно велико, его дальнейший рост будет сопровождаться падением темпа экономического роста. Иными словами, можно ожидать, что зависимость темпа экономического роста от уровня экономического неравенства имеет перевернутую U-образную форму (рис. 3).

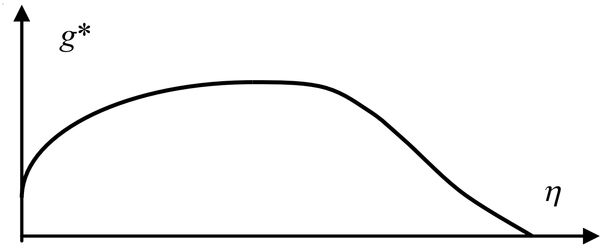

Рис. 3. Зависимость темпа экономического роста от показателя неравенства η.

Несмотря на то, что зависимость темпа экономического роста от уровня экономического неравенства, представленная с помощью кривой, изображенной на рис. 3, может рассматриваться как причинно-следственная, она является долгосрочной и ее не следует понимать буквально. Каждая из точек, лежащих на этой кривой, соответствует некоторому равновесию сбалансированного роста. И ответ на вопрос о том, в какое состояние равновесия в конце концов придет экономика (если это осуществится), в значительной мере зависит от того начального состояния, из которого началось движение в сторону равновесия, и многих других обстоятельств, которые не отражены в нашей модели. Две абсолютно идентичные по своим экзогенным параметрам экономики могут, в конце концов, оказаться в двух различных равновесиях. Про такую ситуацию говорят: история имеет значение. При этом ответа на вопрос о том, как перейти из некоторого состояния равновесия, которому соответствует низкий равновесный темп роста, в состояние равновесия с более высоким темпом роста, наша модель не дает. В то же время можно предположить, что здесь есть некоторое поле для возможной перераспределительной экономической политики государства. Надо, правда, помнить, что такая политика может приводить к самым непредвиденным последствиям, которые можно было бы исследовать с помощью каких-то других моделей.

Эмпирическая проверка перевернутой U-образной зависимости

Широкомасштабные эмпирические исследования зависимости темпа экономического роста от уровня неравенства в распределении доходов начались совсем недавно, и предварительные результаты свидетельствуют о том, что неравенство оказывает отрицательное влияние на экономический рост.[16] В то же время недавние результаты Р. Барро[17] показывают, что для бедных стран это действительно так, а вот для богатых стран имеет место прямо противоположная зависимость. В свете предложенной нами модели такую зависимость можно объяснить тем, что бедные страны в целом характеризуются более высоким уровнем неравенства, чем богатые. Можно предположить, для богатых стран исследуемая нами зависимость характеризуется возрастающей ветвью кривой, изображенной на рис. 3, а для бедных — убывающей.

Для эмпирической проверки выдвинутой теоретической гипотезы о том, что зависимость темпа экономического роста от экономического неравенства имеет перевернутую U-образную форму, мы рассмотрели простейшую зависимость, обладающую этим свойством, — квадратичную. Если более точно, то мы рассмотрели следующую эконометрическую модель:

$$\textit{темп роста}=\alpha_0+\alpha_1(\textit{неравенство})+\alpha_2(\textit{неравенство})^2+\textit{другие факторы}.$$

Если в этой модели оцененный коэффициент α_2 является значимым и отрицательным, то это может служить некоторым подтверждением выдвинутой гипотезы.

Оценивание подобных уравнений является очень непростой задачей. В первую очередь следует подчеркнуть, что нет единого мнения о том, какие именно факторы следует включать в уравнение.[18] Кроме того, существует еще одна серьезная проблема. Дело в том, что предложенная нами модель описывает долгосрочную зависимость темпа роста от уровня неравенства. При этом, скорее всего, неравенство оказывает влияние на темп роста с некоторым лагом, про величину которого трудно что-либо сказать. Если бы в течение длительного времени как уровень неравенства, так и темпы экономического роста в различных странах были относительно устойчивыми, то можно было бы надеяться на получение достаточно обоснованных статистических оценок их взаимовлияния. Однако в последнее время в мировой экономике изменения происходят довольно быстро. Еще одно серьезное затруднение состоит просто в недостаточности достоверных статистических данных. С учетом указанных сложностей следует признать, что проведенные нами эконометрические расчеты носят самый предварительный характер.

Для того чтобы избежать неоднородностей в структуре данных и методиках их получения, мы использовали данные Института Всемирного банка,[19] содержащие различные макроэкономические характеристики 210 стран за 1980–1996 гг., хотя в них немало пропусков. В качестве меры неравенства был выбран индекс Джини. В некоторой степени это объясняется наличием базы данных,[20] описывающей неравномерность в распределении доходов за достаточно долгий период для большого числа стран. Создатели этой базы данных разбили собранную информацию на две части — данные высокого уровня доверия и данные, в истинности которых есть основания сомневаться. Мы использовали данные первого типа. Кроме того, были добавлены фиктивные переменные для стран Латинской Америки и Экваториальной Африки. Четыре страны (Никарагуа, Афганистан, Ирак и Иран) были удалены из рассмотрения в связи с их вовлеченностью в длительные военные действия. Окончательный список содержал 80 стран.

В качестве зависимой переменной использовался среднегодовой темп роста ВНП на душу населения за 1985–1995 гг. Рассматривать более короткий период было бы нецелесообразно, поскольку теория роста не дает возможность объяснить краткосрочные колебания. Значения основных факторов были взяты по состоянию на 1980 г. (предполагаемое запаздывание объясняется тем, что мы пытаемся исследовать именно долгосрочные влияния довольно инерционных факторов).

Опуская некоторые промежуточные детали исследования, приведем итоговое уравнение, полученное с помощью метода наименьших квадратов (в скобках указаны значения t-статистик):

$$GR_i = 1{,}017 - \underset{(-4{,}16)}{1{,}213} \log\left(GDNP_i\right) - \underset{(-3{,}59)}{3{,}381} \log\left(FERT_i\right) + \underset{(3{,}059)}{0{,}606}\, GINI_i -$$
$$- \underset{(-2{,}683)}{0{,}006} \left(GINI_i\right)^2 - \underset{(-1{,}84)}{1{,}47}\, LAT_i - \underset{(-3{,}49)}{2{,}87}\, SUBAFR_i + \underset{(2{,}94)}{0{,}38}\, INV_i,$$
$$n = 80,\ R^2 = 0{,}47,\ F = 9{,}1,$$

где *GR* — среднегодовой темп роста ВНП на душу населения (в %),
INV — чистые прямые иностранные инвестиции (в % от ВВП),
GDPN — ВВП на душу населения (долл./человек),
FERT — фертильность,
GINI — индекс Джини,
LAT=1 для стран Латинской Америки, *LAT*=0 для других стран,
SUBAFR=1 для стран Экваториальной Африки, *SUBAFR*=0 для других стран.

Данное уравнение удовлетворяет всем предпосылкам классической линейной нормальной регрессионной модели, что позволяет перейти к содержательной интерпретации.[21] Коэффициент детерминации не слишком велик — регрессия объясняет 47% вариации экономического роста. Несмотря на это, регрессия в целом и отдельные коэффициенты значимы на 1%-ном уровне (кроме коэффициента при *LAT*, для которого *p*-value равно 0,07).

Отметим (хотя это не отражено в уравнении), что попытка включить в уравнение другие факторы не привела к успеху — влияние валовых внутренних инвестиций и сбережений, государственных затрат и расходов на образование оказалось незначимым. Полученные коэффициенты согласуются с общепринятой теорией и не противоречат другим результатам. Так, например, при прочих равных условиях, темп роста латиноамериканских стран ниже, чем у других стран на 1,47 процентных пункта, а для стран Экваториальной Африки это отставание равно 2,87 пункта. Рост богатых стран замедляется по сравнению с бедными (увеличение стартового ВВП на душу населения на 1% влечет падение темпа роста на 1,2 процентных пункта). Увеличение среднего числа детей на одну женщину также приводит к уменьшению темпа роста, а увеличение иностранных инвестиций ведет к его увеличению.

Что касается коэффициента α_2, то он оказался отрицательным и значимым, что можно считать подтверждением теоретических предсказаний о перевернутой U-образной зависимости темпа экономического роста от степени экономического неравенства. Полученные результаты говорят о том, что если неравенство не слишком велико (а именно: если коэффициент Джини не превосходит 50%), то с увеличением неравенства темп роста увеличивается. Слишком же большое неравенство замедляет рост.

В качестве условной иллюстрации проведенных расчетов укажем, что, например, индекс Джини для европейских стран в среднем равен 30% . Наша модель говорит о том, что при таком значении индекса неравенства его увеличение на 1%, при прочих равных условиях, могло бы привести к увеличению темпа роста за рассматриваемый период на 0,25 процентных пункта. Для Бразилии индекс Джини составлял 63%, а его 1%-ное увеличение привело бы к уменьшению темпа роста на 0,15 процентных пункта.

Как и в других странах с переходной экономикой, в последние годы в России наблюдается рост неравенства. По данным Госкомстата,[22] значение индекса Джини выросло с 0,289 в 1992 г. до 0,4 в 2003 г. Однако, по мнению некоторых исследователей,[23] к середине 1990-х годов оно оказалось выше 0,5.

[1] См.: *Kaldor N.* Alternative theories of distribution // Review of Economic Studies. 1956. Vol. 23. P. 94–100; *Kuznets S.* Economic growth and income equality // American Economic Review. 1955. Vol. 45. P. 1–28.

[2] См.: *Aghion P., Caroli E., Garcia-Peñalosa C.* Inequality and economic growth: the perspective of the new growth theories // Journal of Economic Literature. 2001. Vol. 37. P. 1615–1660.

[3] В случае, когда множество равновесий очень обширно, говорят о том, что равновесия являются неопределенными (см.: *Борисов К.Ю.* О проблеме неопределенности общего экономического равновесия // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 5. Экономика. 2004. № 1. С. 105–112).

[4] См., напр.: *Barro J.R., Sala-i-Martin X.* Economic Growth. Second edition. The MIT Press, 2004.

[5] *Frankel M.* The production function in allocation and growth: a synthesis // American Economic Review. 1962. Vol. 52. P. 995–1022; *Romer P.M.* Increasing Returns and Long-run Growth // Journal of Political Economy. 1986. Vol. 94. P. 1002–1037.

[6] По поводу классификации научно-технического прогресса см., напр.: Моделирование народнохозяйственных процессов / Под ред И.В. Котова. Л., 1990.

[7] См., напр.: *Ljungqvist L., Sargent T.* Recursive Macroeconomic Theory. The MIT Press, 2000.

[8] *Кейнс Дж. М.* Общая теория занятости, процента и денег. М., 1978.

[9] См., напр.: *Browning M., Lusardi A.* Household saving: micro theories and macro facts // Journal of Economic Literature. 1996. Vol. 34. P. 1797–1885.

[10] К немногочисленным исключениям относятся работы: *Schlicht E.* A neoclassical theory of wealth distribution // Jahrbüchern für Nationalökonomie und Statistic. 1975. Vol. 189. P. 78–96; *Bourguignon F.* Pareto superiority of unegalitarian equilibria in Stiglitz' model of wealth distribution with convex saving function // Econometrica. 1981. Vol. 49. P. 1469–1475.

[11] Именно такое предположение делается в работе: *Borissov K.* Indeterminate steady-state equilibria in a one-sector model // Economics Letters. 2002. Vol. 77. P. 125–130.

[12] См., напр.: *Bourguignon F.* Crime as a social cost of poverty and inequality: a review focusing on developing countries // *Yussuf S., Evenett S., Wu W.* Facets of globalization: international and local dimensions of development. 2001. World Bank. Washington, DC.

[13] Ср.: *Duesenberry J. E.* Income, Saving and the Theory of Consumer Behavior, Cambridge (Mass.) 1949; *Friedman M.* A Theory of the Consumption Function. Princeton, 1957.

[14] См.: Моделирование народнохозяйственных процессов.

[15] Доказательство можно провести по схеме, предложенной в работе: *Borissov K., Lambrecht S.* Growth and Distribution in Models with Endogenous Impatience. European University at St-Petersburg. Department of Economics. WP#2005/3.

[16] См., напр.: *Alesina A., Perotti R.* Income distribution, political instability, and investment // European Economic Review. 1996. Vol. 40. P. 1203–1228; *Persson T.,Tabellini G.* Is inequality harmful for growth? // American Economic Review. 1994. Vol. 84. P. 600–621.

[17] *Barro R.* Inequality and growth in a panel of countries // Journal of Economic Growth. 2000. Vol. 5. P. 5–32.

[18] См.: *Benabou R.* Inequality and growth // Working paper № 5658. National Bureau of Economic Research. 1996.

[19] *Sheram K., Soubbotina T.* Beyond Economic Growth: Meeting the Challenges of Global Development. World Bank, 2000.

[20] *Deininger K., Squire L.* New data set measuring income inequality // World Bank Economic Review. 1996. Vol. 10 (September). P. 565–591.

[21] Проводилась серия стандартных тестов на наличие гетероскедастичности, автокорреляции, неправильной спецификации и др.

[22] Российский статистический ежегодник-2004: Стат. сб. М., 2004.

[23] См., напр.: *Айвазян С.А.* Модель формирования распределения населения России по величине среднедушевого дохода // Экономика и математические методы. 1997. Т. 33. № 4. С. 74–86.

Статья поступила в редакцию 29 декабря 2005 г.