

## МАКРО- И МИКРОЭКОНОМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

JEL: O40; D50; D60; D70; D91

### Общественное благосостояние в моделях экономического роста с неоднородными потребителями

К. Ю. Борисов<sup>1</sup>, М. А. Пахнин<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Европейский университет в Санкт-Петербурге,  
Российская Федерация, 191187, Санкт-Петербург, Гагаринская ул., д. 6/1А

<sup>2</sup> Институт проблем региональной экономики РАН,  
Российская Федерация, 190013, Санкт-Петербург, ул. Серпуховская, 38

**Для цитирования:** Борисов К. Ю., Пахнин М. А. (2019) Общественное благосостояние в моделях экономического роста с неоднородными потребителями. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Экономика*. Т. 35. Вып. 2. С. 173–196. <https://doi.org/10.21638/spbu05.2019.201>

В работе подробно обсуждаются проблема агрегирования неоднородных межвременных предпочтений в моделях экономического роста, где потребители различаются по степени своей терпеливости (коэффициентам дисконтирования), основные трудности, связанные с понятием оптимальности, причины их возникновения, а также возможные пути их преодоления. Типичным способом агрегирования неоднородных предпочтений является построение Парето-оптимальной функции общественного благосостояния, оценивающей различные траектории потребления с точки зрения всего общества в целом. Однако оказывается, что в контексте моделей с неоднородными потребителями минимально разумное требование Парето-оптимальности приводит к тому, что найденная в результате максимизации функции общественного благосостояния оптимальная траектория обладает рядом парадоксальных свойств. Например, на любой оптимальной траектории уровни потреблений и доли в суммарном потреблении всех агентов, кроме наиболее терпеливого, стремятся к нулю. Более того, оптимальная траектория не является динамически согласованной во времени: представление об оптимальности с точки зрения начального момента времени не совпадает с представлением об оптимальности в любой другой момент времени в будущем. Эти свойства функции общественного благосостояния подсказывают, что она не является подходящим нормативным понятием в моделях с неоднородными потребителями. Кроме того, попытка агрегировать неоднородные предпочтения с помощью подходов, основанных на теории общественного выбора, наталкивается на другую принципиальную проблему:

в динамических моделях голосование многомерно, так что в общем случае никакого устойчивого исхода голосования не существует.

*Ключевые слова:* экономический рост, дисконтирование, общественное благосостояние, агрегирование, голосование.

## Введение

Один из важнейших вопросов экономической теории, который обсуждается практически со времен ее зарождения, заключается в следующем: является ли рыночное равновесие в конкурентной экономике оптимальным (и если да, то в каком смысле)? Не менее важен и обратный вопрос: можно ли оптимальное состояние экономики реализовать как равновесное?

Типичным критерием оптимальности в экономике с несколькими агентами (потребителями), каждый из которых имеет собственную целевую функцию (функцию полезности), является критерий Парето. Состояние экономики (распределение благ) называется оптимальным по Парето, если значение полезности ни одного из агентов нельзя увеличить, не уменьшив полезности остальных агентов. Оптимальность по Парето представляет собой минимально разумное требование к любому распределению благ, которое соответствует естественным представлениям об эффективности экономики. Критерий Парето не определяет, какие состояния экономики являются самыми справедливыми или лучшими, но позволяет установить, какие считаются плохими. Действительно, если распределение благ не оптимально по Парето, то можно найти другое распределение, при переходе к которому хотя бы одному агенту станет лучше, а положение всех остальных агентов не ухудшится.

Наиболее общие ответы на поставленные вопросы в терминах оптимальности по Парето дают так называемые *первая и вторая фундаментальные теоремы экономики общественного благосостояния*. Согласно первой из них, конкурентное равновесие всегда будет оптимальным по Парето. Вторая теорема утверждает в каком-то смысле обратное: любое оптимальное по Парето состояние можно получить как результат рыночного равновесия, если соответствующим образом перераспределить начальные запасы между экономическими агентами. Иногда эти фундаментальные теоремы интерпретируются весьма свободно: поскольку результат работы конкурентного рыночного механизма уже нельзя улучшить по Парето, то нет никакой необходимости для государственного вмешательства в экономику; и наоборот, для достижения любого оптимального состояния достаточно правильно перераспределить начальные запасы и предоставить свободу рыночным силам.

При анализе моделей общего равновесия принято указывать, является ли состояние равновесия оптимальным по Парето. Однако необходимо заметить, что оптимальных по Парето состояний в экономике обычно очень много. В некоторых ситуациях любое допустимое состояние экономики будет оптимальным по Парето. Например, если нескольким агентам надо поделить пирог, а функция полезности каждого из агентов монотонно возрастает от того количества пирога, которое ему достанется, то любой дележ пирога окажется оптимальным по Парето.

Для того чтобы преодолеть проблему, связанную с множественностью оптимальных по Парето состояний, в экономическом анализе используется функция общественного благосостояния. Состояние экономики является оптимальным, если оно доставляет максимум этой функции среди всех допустимых состояний. Безусловно, функция общественного благосостояния должна быть Парето-оптимальной, т. е. результатом ее максимизации должно быть оптимальное по Парето состояние. Парето-оптимальная функция общественного благосостояния позволяет выбрать какое-то конкретное состояние среди всех оптимальных по Парето. Типичная Парето-оптимальная функция общественного благосостояния — это взвешенная сумма функций полезностей всех экономических агентов. Класс функций, состоящий из таких взвешенных сумм, является достаточно богатым и репрезентативным. При некоторых разумных предположениях любое оптимальное по Парето состояние можно получить с помощью максимизации функции из этого класса с соответствующим образом подобранными весами. В ряде экономических задач веса, приписываемые полезностям агентов, возникают естественным образом, но, как правило, в выборе этих весов есть значительная доля произвола.

С тех пор как макроэкономика стала базироваться на микрооснованиях, большинство теоретических моделей макроэкономики формулируется именно в терминах общего экономического равновесия. В частности, известная модель Рамсея [Ramsey, 1928], которая изначально являлась моделью оптимального экономического роста, в 1960-х гг. была переформулирована как модель общего экономического равновесия [Cass, 1965; Koormans, 1965], после чего она стала одной из самых популярных моделей не только теории экономического роста, но и всей макроэкономики в целом.

Важнейшей чертой модели Рамсея (как и многих других моделей макроэкономики) служит предположение о наличии одного бесконечно долго живущего репрезентативного потребителя. Его функция полезности представляет собой дисконтированную сумму краткосрочных полезностей на бесконечном горизонте планирования. Ключевую роль при анализе модели Рамсея играет субъективный коэффициент дисконтирования репрезентативного потребителя. В частности, долгосрочное развитие экономики не зависит от вида краткосрочной функции полезности, а определяется только коэффициентом дисконтирования репрезентативного потребителя. В такой ситуации первая и вторая фундаментальные теоремы экономики общественного благосостояния сводятся к тому, что равновесная и оптимальная траектории развития экономики суть одно и то же. Понятие оптимальности по Парето здесь даже не требуется, поскольку потребитель только один и функция общественного благосостояния в точности совпадает с его функцией полезности.

По мнению многих экономистов, подобное положение вещей является нормой, потому что макроэкономика должна заниматься только агрегированными переменными и не принимать во внимание вопросы распределения. С нашей точки зрения, такая позиция не вполне обоснована. Например, очевидно, что распределение национального дохода и национального богатства может оказать серьезное влияние на динамику агрегированных переменных, хотя, конечно, вопрос о том, как в обществе распределяются доходы и богатство, вызывает большой интерес. Так, в недавно вышедшей книге Поля де Грауве [De Grauwe, 2017] отмечается, что

у рыночной системы есть два внутренних предела, которые она самостоятельно преодолеть не в состоянии, — это экология (экологические проблемы невозможно правильно отразить в ценах, так что рынки пока не справляются с глобальным потеплением) и неравенство (внутренние механизмы рыночной экономики приводят к делению общества на бедных и богатых).

Для того чтобы учесть влияние распределения дохода и богатства на макроэкономическую динамику, необходимо отказаться от предположения о наличии одного репрезентативного потребителя. Чаще всего в модели Рамсея агенты считаются различными по своим начальным запасам капитала. Однако такое предположение не вносит в модель ничего нового: равновесные траектории развития экономики будут качественно вести себя точно так же, как и в случае репрезентативного потребителя.

Гораздо более важным аспектом неоднородности агентов является различие в их субъективных коэффициентах дисконтирования. Многочисленные эмпирические исследования (см., напр.: [Falk et al., 2015; Hübner, Vannoorenberghe, 2015; Dohmen et al., 2016; Wang, Rieger, Hens, 2016]) показывают, что коэффициенты дисконтирования неоднородны у людей в разных странах и играют ключевую роль в процессе экономического развития, определяя различия в благосостоянии. Интересно, что уже в классической работе Рамсея [Ramsey, 1928] упоминается, хотя и не анализируется подробно, важный случай агентов с неоднородными коэффициентами дисконтирования. Полноценные обобщения модели Рамсея как модели общего экономического равновесия на случай, когда потребители различаются по своим коэффициентам дисконтирования, были проанализированы в начале 1980-х гг. [Becker, 1980; Bewley, 1982].

В исследованиях, основанных на этих обобщениях, обсуждались в основном дескриптивные вопросы об устройстве равновесных траекторий. Нормативным вопросам об устройстве оптимальных траекторий и тому, что такое оптимальность в моделях с неоднородными агентами, особого внимания не уделялось. Только в последнее время появились работы, в которых рассматриваются и нормативные вопросы [Zuber, 2011; Jackson, Yariv, 2015], причем основной акцент делается на том, как можно определить оптимальность в динамических моделях, где агенты имеют различные коэффициенты дисконтирования. Все эти работы достаточно сложны с технической точки зрения, однако их общая содержательная мысль состоит в том, что Парето-оптимальную функцию общественного благосостояния, удовлетворяющую некоторым другим разумным свойствам, в случае неоднородных агентов построить просто невозможно.

В настоящей работе предпринята попытка объяснить, в чем состоят сложности построения Парето-оптимальной функции общественного благосостояния в рамках модели Рамсея с неоднородными агентами, особо не вдаваясь в технические детали. Кроме того, обсуждаются пути преодоления проблемы невозможности построения Парето-оптимальной функции общественного благосостояния с помощью подходов, основанных на теории динамического голосования [Borissov, Pakhnin, Puppe, 2017].

## 1. Оптимальные траектории в моделях роста с репрезентативным потребителем

Чтобы обеспечить рост экономики, необходимо инвестировать в производство какую-то часть имеющегося дохода. Поэтому ключевую роль в динамических моделях макроэкономики и теории экономического роста играет анализ межвременного выбора: каким образом общество делит свой доход на текущее потребление и сбережения, которые инвестируются и превращаются в капитал, обеспечивая потребление в будущем? Например, в знаменитой модели Солоу предполагается, что инвестиции составляют постоянную долю выпуска, а общество характеризуется некой постоянной нормой сбережения — экзогенно заданным параметром, который показывает, какая доля от общего выпуска в каждом периоде сберегается и инвестируется. Оставшаяся доля выпуска в каждом периоде потребляется.

Предположение об экзогенности нормы сбережения является довольно ограничивающим, поскольку при этом никак не учитывается поведение потребителей, которые в обществе и принимают решения о сбережениях. В данной связи оно подпадает под критику Р.Лукаса [Lucas, 1976], который указывал на отсутствие прочных микрооснований у макроэкономических моделей. По Лукасу, адекватное объяснение экономических процессов должно напрямую вытекать из индивидуального поведения рациональных экономических агентов. Этому требованию удовлетворяет известная модель Рамсея [Ramsey, 1928; Cass, 1965; Koopmans, 1965], которая является одной из самых популярных моделей макроэкономики и часто используется для содержательного анализа роста и развития экономики.

В модели Рамсея норма сбережения формируется эндогенно, в результате решений самих потребителей. Идея межвременного выбора заключается в следующем: чем меньше индивиды потратят на потребление сегодня, тем больше они смогут инвестировать, а значит, тем выше будет завтрашний доход, что обеспечит более высокий уровень потребления. Поэтому индивиды будут принимать решение о том, сколько сберегать, в зависимости от того, как они ценят будущее и каким образом соотносят текущее и будущее потребление.

Опишем модель Рамсея как модель оптимального роста в самом общем виде. Общество представлено единственным репрезентативным потребителем, который характеризуется функцией полезности  $U(c_0, c_1, \dots, c_t, \dots)$ . Данная функция (от бесконечного числа переменных) показывает, какую полезность получает этот репрезентативный потребитель на траектории потребления  $\{c_0, c_1, \dots, c_t, \dots\}$ , где  $c_t$  — это потребление в момент времени  $t = 0, 1, \dots$

В модели оптимального роста предполагается, что некий социальный планировщик выбирает наиболее предпочитаемую для общества траекторию потребления среди всех допустимых траекторий. Иначе говоря, он решает задачу о максимизации функции общественного благосостояния (которая в данном случае совпадает с функцией полезности репрезентативного потребителя, поскольку только он и представляет общество в этой модели) путем распределения выпущенного в каждом периоде времени  $t$  продукта на текущее потребление  $c_t$  и запас капитала (продукта)  $k_{t+1}$ , который превратится в выпуск в следующем периоде времени с помощью неоклассической производственной функции  $f(k)$ . Таким образом, деление выпуска на потребление и сбережения осуществляется не в какой-то постоянной,

раз и навсегда заданной пропорции, а в результате рационального оптимизационного поведения.

Наиболее естественной разновидностью функции полезности является аддитивная. Предполагается, что от потребления в каждый данный момент времени  $c$  единиц продукта потребитель извлекает полезность в размере  $u(c)$ , где  $u(c)$  — мгновенная (краткосрочная) функция полезности<sup>1</sup>. Межвременная функция полезности потребителя на бесконечном горизонте планирования задается как взвешенная сумма мгновенных полезностей от потреблений в разные моменты времени:

$$U(c_0, c_1, \dots, c_t, \dots) = \gamma_0 u(c_0) + \gamma_1 u(c_1) + \dots + \gamma_t u(c_t) + \dots,$$

где  $\{\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_t, \dots\}$  — набор взвешивающих множителей, которые отражают относительную ценность потребления в разные моменты времени.

Таким образом, задача, которую решает социальный планировщик в начальный момент времени, выглядит так:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\{c_t, k_{t+1}\}} \{ \gamma_0 u(c_0) + \gamma_1 u(c_1) + \dots + \gamma_t u(c_t) + \dots \} \\ c_0 + k_1 = f(k_0); c_1 + k_2 = f(k_1); c_2 + k_3 = f(k_2), \dots, \\ k_0 = \bar{k}_0, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $\bar{k}_0$  — это заданный запас капитала в начальный момент времени 0. Последовательность потреблений и запасов капитала во все моменты времени  $\{c_t^*, k_t^*\}_{t=0}^{\infty}$ , которая является решением задачи (1), называется *оптимальной траекторией*, или *траекторией оптимального роста*, исходящей из начального состояния  $k_0$ .

Заметим, что оптимальная траектория  $\{c_t^*, k_t^*\}_{t=0}^{\infty}$  рассчитана в момент времени 0 и в модели предполагается, что общество будет следовать этой траектории во все дальнейшие моменты времени. Однако проверим, что произойдет, если социальный планировщик решит пересмотреть оптимальную траекторию в какой-то из следующих моментов времени. В произвольный момент времени  $\tau \geq 1$  имеющийся у общества запас капитала равен  $k_\tau^*$ , и социальный планировщик должен решать уже другую, новую задачу. Пусть задача, которую решает социальный планировщик в момент времени  $\tau$ , имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\{c_t, k_{t+1}\}} \{ \gamma_\tau u(c_\tau) + \gamma_{\tau+1} u(c_{\tau+1}) + \gamma_{\tau+2} u(c_{\tau+2}) + \dots \} \\ c_\tau + k_{\tau+1} = f(k_\tau); c_{\tau+1} + k_{\tau+2} = f(k_{\tau+1}), \dots, \\ k_\tau = k_\tau^*. \end{array} \right. \quad (2)$$

Нетрудно видеть, что решение задачи (2) совпадает с «хвостом» исходной оптимальной траектории, начинающимся с момента времени  $\tau$ ,  $\{c_t^*, k_t^*\}_{t=\tau}^{\infty}$ . Иначе говоря, если социальный планировщик в любой момент времени в будущем решит пересмотреть оптимальную траекторию, рассчитанную в начальный момент времени, и его новая задача приобретет вид (2), то новая оптимальная траектория совпадет с соответствующим «хвостом» исходной. В этом случае оптимальное распределение с точки зрения начального момента времени останется оптимальным в любой момент времени в будущем. Такое свойство межвременных предпочтений

<sup>1</sup> Обычно считается, что мгновенная функция полезности удовлетворяет ряду естественных свойств, в частности она должна быть непрерывна, монотонна и строго вогнута.

называется *динамической согласованностью во времени* (time consistency) [Strotz, 1956].

Однако априори не вполне понятно, почему в момент времени  $t$  социальный планировщик должен решать именно задачу (2). С его точки зрения, этот момент времени является теперь начальным, поскольку для него время как бы перезапустилось. Если рассуждать таким образом, то в момент времени  $t$  социальный планировщик должен решать следующую задачу:

$$\begin{cases} \max_{\{c_t, k_{t+1}\}} \{ \gamma_0 u(c_t) + \gamma_1 u(c_{t+1}) + \gamma_2 u(c_{t+2}) + \dots \}, \\ c_t + k_{t+1} = f(k_t); c_{t+1} + k_{t+2} = f(k_{t+1}), \dots, \\ k_t = k_t^*. \end{cases} \quad (3)$$

Такое свойство межвременных предпочтений называется *инвариантностью во времени* (time invariance) [Halevy, 2015], потому что в этом случае функция общественного благосостояния, которую каждый раз максимизирует социальный планировщик, не зависит от момента времени, в котором планировщик находится. Иначе говоря, в каждый отдельный момент времени целевая функция будет иметь один и тот же вид.

Очевидно, что решение задачи (3) не должно соответствовать решению задачи (2). Действительно, формулировка задачи (2) предполагает, что коэффициент дисконтирования между моментами времени  $t$ ,  $t + 1$  равен  $\gamma_{t+1}/\gamma_t$ , а в задаче (3) он равен  $\gamma_1/\gamma_0$ . В общем случае это разные величины, и потому оптимальная траектория в момент времени  $t$  не совпадает с «хвостом» исходной оптимальной траектории, а значит, не является динамически согласованной во времени. Поэтому в условиях инвариантности в каждый следующий момент времени возникает уже новая оптимальная траектория, которая никак не связана с предыдущей.

Нетрудно убедиться, что инвариантная оптимальная траектория окажется динамически согласованной во времени (и тем самым ничего нового при пересмотре получено не будет) тогда и только тогда, когда для всех  $t$  будет верно равенство  $\gamma_t = \gamma_0 \beta^t$  при некотором  $\beta$  (конечно, логично предполагать, что  $0 < \beta < 1$ ). Это означает, что при естественной нормировке  $\gamma_0 = 1$  межвременная функция полезности репрезентативного потребителя (которая в данном случае является и функцией общественного благосостояния) должна использовать экспоненциальное дисконтирование:

$$U(c_0, c_1, \dots, c_t, \dots) = u(c_0) + \beta u(c_1) + \dots + \beta^t u(c_t) + \dots, \quad (4)$$

где параметр  $0 < \beta < 1$  и есть субъективный коэффициент дисконтирования. Иначе говоря, веса полезностей от потребления в более поздние моменты времени представляют собой геометрическую прогрессию, знаменателем которой является коэффициент дисконтирования  $\beta$ . Только в случае, когда функция общественного благосостояния имеет вид (4), решение задачи (3) и соответствующий «хвост» решения задачи (2) будут идентичными, и эти задачи будут удовлетворять обоим разумным свойствам: и динамической согласованности, и инвариантности во времени.

Действительно, в большинстве макроэкономических моделей (в частности, в стандартной версии модели Рамсея) используются именно межвременные функ-

ции полезности с экспоненциальным дисконтированием. Как видно, использование таких функций позволяет не задумываться о динамической согласованности и инвариантности и даже не различать эти два свойства, коль скоро они автоматически выполняются. В частности, в стандартной версии модели Рамсея, где функция полезности репрезентативного потребителя имеет вид (4), существует единственная оптимальная траектория. С течением времени эта траектория сходится к стационарному оптимуму  $\{c^*, k^*\}$ , который задается следующими уравнениями:

$$f'(k^*) = 1/\beta,$$

$$c^* = f(k^*) - k^*.$$

Таким образом, чем выше коэффициент дисконтирования репрезентативного потребителя (чем терпеливее общество в целом), тем выше будет уровень капитала и выпуска на душу населения в долгосрочной перспективе (в стационарном оптимуме).

Необходимо отметить, что функция полезности (4), отражающая межвременные предпочтения потребителя с точки зрения момента времени 0, удовлетворяет следующему свойству: потребитель сравнивает полезности от потребления в разные моменты времени только в зависимости от того, насколько далеко они отстоят друг от друга, но независимо от того, когда именно они наступят. Иными словами, если потребитель (с точки зрения сегодняшнего момента времени) предпочитает одно яблоко сегодня двум яблокам завтра, то он будет предпочитать одно яблоко через неделю двум яблокам через восемь дней (опять же с точки зрения сегодняшнего момента времени).

Это свойство межвременных предпочтений называется *стационарностью* (stationarity) и играет ключевую роль в системе аксиом, которым должны удовлетворять межвременные предпочтения, чтобы они описывались функцией полезности с экспоненциальным дисконтированием [Коортманс, 1960; Коортманс, Даймонд, Уильямсон, 1964; Фишбурн, Рубинштейн, 1982]. В случае стационарности отношение предпочтения между двумя событиями (с точки зрения сегодняшнего момента времени) не меняется, если эти события сдвинуты в будущее на одинаковый промежуток времени.

Все большую популярность приобретает исследование нестационарных предпочтений, в первую очередь моделей с так называемым квазигиперболическим дисконтированием, или  $(\beta - \delta)$ -дисконтированием (см., напр.: [Laibson, 1997]). В этом случае межвременная функция полезности имеет вид

$$U(c_0, c_1, \dots, c_t, \dots) = u(c_0) + \beta\delta u(c_1) + \beta\delta^2 u(c_2) + \dots + \beta\delta^t u(c_t) + \dots, \quad (5)$$

где  $0 < \beta < 1$  и  $0 < \delta < 1$ .

У такой функции коэффициент дисконтирования между моментами времени 0 и 1 равен  $\beta\delta$ , а между любыми другими соседними моментами (например, между моментами  $t$  и  $t + 1$ ) равен  $\delta$ . Это означает, что квазигиперболическое дисконтирование заведомо не удовлетворяет стационарности — сегодняшний выбор между «сегодня» и «завтра» уже не совпадает с сегодняшним выбором между «через неделю» и «через 8 дней». Поэтому если предполагать инвариантность во времени, то

никакой динамической согласованности при использовании функции полезности вида (5) не будет: потребление в момент времени  $t$  с точки зрения этого же момента времени будет цениться больше, чем потребление в момент времени  $t$  с точки зрения любого предшествующего (в том числе начального) момента времени. Иными словами, при данных предпочтениях оптимальную траекторию необходимо пересчитывать каждый раз заново.

Существуют эмпирические свидетельства в пользу того, что реальное поведение людей лучше описывается именно гиперболическим дисконтированием, чем экспоненциальным (см., в частности, обзоры [Frederick, Lowenstein, O'Donoghue, 2002; Cohen et al., 2016]). Модели, использующие подобное гиперболическое дисконтирование, активно применяются для исследования прокрастинации, подверженности вредным привычкам и прочих проявлений динамической несогласованности в реальной жизни (см., напр.: [Gruber, Köszegi, 2001; O'Donoghue, Rabin, 2001]).

## 2. Оптимальные траектории в моделях роста с неоднородными потребителями

Оптимальная траектория в модели Рамсея показывает, каким образом обществу стоит осуществлять межвременной выбор — как «лучше всего» поделить доступное потребление между разными моментами времени. Выше отмечалось, что оптимальная траектория обладает хорошими и разумными свойствами, только если функция общественного благосостояния задается экспоненциальным дисконтированием и зависит от единственного параметра — коэффициента дисконтирования репрезентативного потребителя (общества в целом). Однако эмпирические исследования (см., напр.: [Falk et al., 2015; Hübner, Vannoorenberghe, 2015; Dohmen et al., 2016; Wang, Rieger, Hens, 2016]) убедительно свидетельствуют о том, что у разных людей в обществе — разные коэффициенты дисконтирования (люди ценят свое будущее неодинаково) и внутри любой отдельно взятой страны не существует единственного коэффициента дисконтирования, которым она описывается. Поэтому имеет смысл задаться вопросом о том, что такое оптимальность в обществе с неоднородными потребителями, которые различаются по своим коэффициентам дисконтирования.

Обобщения модели Рамсея на случай потребителей с неоднородными коэффициентами дисконтирования и частным потреблением были предложены в работах Т. Бьюли [Bewley, 1982] и Р. Беккера [Becker, 1980]. Оптимальные траектории в моделях Рамсея — Бьюли и Рамсея — Беккера совпадают, так что для простоты и наглядности рассмотрим устройство оптимальных траекторий в модели Рамсея — Бьюли с тремя различными потребителями<sup>2</sup>.

Предположим, что каждый потребитель  $j$  обладает межвременной функцией полезности с экспоненциальным дисконтированием:

$$U_j(c^j) = u(c_0^j) + \beta_j u(c_1^j) + \beta_j^2 u(c_2^j) + \dots, j = 1, 2, 3,$$

---

<sup>2</sup> Все утверждения про оптимальные траектории будут верны и для модели Рамсея — Беккера, и в случае с произвольным числом неоднородных потребителей.

где  $C^j = \{c_0^j, c_1^j, c_2^j, \dots\}$  — последовательность потреблений;  $u(c)$  — мгновенная функция полезности (для простоты одинаковая у всех потребителей);  $0 < \beta_j < 1$  — коэффициент дисконтирования, который предполагается разным для различных потребителей. Обозначим через  $\bar{k}_0$  заданный начальный запас капитала и определим допустимое распределение продукта  $\{C^1, C^2, C^3, (k_t)_{t=0}^\infty\}$ , исходящее из  $\bar{k}_0$ , как такую последовательность потреблений каждого агента и инвестиций в запас капитала, что в каждый момент времени суммарное потребление всех агентов и запас капитала не превосходят выпуска:

$$c_t^1 + c_t^2 + c_t^3 + k_{t+1} \leq f(k_t).$$

В стандартной модели Рамсея нам не требовалось вводить понятие *оптимальности по Парето*, поскольку потребитель там был только один и функция общественного благосостояния просто совпадала с его функцией полезности. В модели с неоднородными потребителями это уже не так, поэтому необходимо следующее определение. *Допустимое распределение продукта  $\{C^{1*}, C^{2*}, C^{3*}, (k_t^*)_{t=0}^\infty\}$ , исходящее из  $\bar{k}_0$ , оптимально по Парето, если не существует другого допустимого распределения  $\{C^1, C^2, C^3, (k_t)_{t=0}^\infty\}$ , исходящего из  $\bar{k}_0$ , такого что*

$$U_1(C^1) \geq U_1(C^{1*}), U_2(C^2) \geq U_2(C^{2*}), U_3(C^3) \geq U_3(C^{3*}),$$

*и хотя бы одно из этих неравенств строгое.*

Данное определение удобно переформулировать в терминах социального планировщика, решающего задачу о максимизации функции общественного благосостояния, представляющей собой взвешенную сумму межвременных функций полезностей всех потребителей. Для некоторого набора взвешивающих коэффициентов  $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$ , таких что  $\lambda_i \geq 0, i = 1, 2, 3$  и  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ , рассмотрим функцию общественного благосостояния вида

$$W(C^1, C^2, C^3) = \lambda_1 U_1(C^1) + \lambda_2 U_2(C^2) + \lambda_3 U_3(C^3)$$

$$= \lambda_1(u(c_0^1) + \beta_1 u(c_1^1) + \dots) + \lambda_2(u(c_0^2) + \beta_2 u(c_1^2) + \dots) + \lambda_3(u(c_0^3) + \beta_3 u(c_1^3) + \dots). \quad (6)$$

Задача, решаемая социальным планировщиком в начальный момент времени, выглядит так:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\{c_t^j, k_{t+1}\}} \{ \lambda_1(u(c_0^1) + \beta_1 u(c_1^1) + \dots) + \lambda_2(u(c_0^2) + \beta_2 u(c_1^2) + \dots) + \lambda_3(u(c_0^3) + \beta_3 u(c_1^3) + \dots) \} \\ c_0^1 + c_0^2 + c_0^3 = f(k_0), c_1^1 + c_1^2 + c_1^3 = f(k_1), \dots, \\ k_0 = \bar{k}_0. \end{array} \right. \quad (7)$$

Распределение продукта  $\{C^{1*}, C^{2*}, C^{3*}, (k_t^*)_{t=0}^\infty\}$ , которое является решением задачи (7), называется *оптимальной траекторией в модели Рамсея — Бьюли*, исходящей из начального состояния  $\bar{k}_0$ . Легко проверить, что любое оптимальное по Парето распределение можно получить как решение задачи (7) с соответствующим образом подобранными весами агентов. Иногда говорят, что функция общественного благосостояния (6) является Парето-оптимальной.

Как было отмечено выше, межвременные функции полезности каждого из потребителей удовлетворяют всем трем «хорошим» свойствам, рассмотренным выше: они являются стационарными, инвариантными и динамически согласованными во времени. Естественно задаться вопросом, какие из этих свойств унаследует их взвешенная комбинация, функция общественного благосостояния (6).

Во-первых, нетрудно видеть, что если социальный планировщик принимает во внимание предпочтения как минимум двух потребителей (когда хотя бы два веса из трех строго положительны), то функция общественного благосостояния (6) не описывается единственным коэффициентом дисконтирования (экспоненциальным дисконтированием) и потому *не является стационарной*. Иными словами, предпочтения общества относительно распределения потребления между агентами в начальный момент времени не будут совпадать с предпочтениями относительно распределения потребления в какой-то момент времени в будущем.

Из данного обстоятельства вытекает очень серьезное следствие — оказывается, что на любой оптимальной траектории в модели Рамсея — Бьюли с течением времени потребление всех агентов, кроме потребителя с наибольшим коэффициентом дисконтирования, стремится к нулю<sup>3</sup>.

Действительно, предположим без ограничения общности, что  $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$  (первый потребитель является самым терпеливым, а второй и третий — менее терпеливыми), и рассмотрим функцию общественного благосостояния (6). Ее можно переписать как

$$[\lambda_1 u(c_0^1) + \lambda_2 u(c_0^2) + \lambda_3 u(c_0^3)] + \beta_1 [\lambda_1 u(c_1^1) + (\beta_2/\beta_1)\lambda_2 u(c_1^2) + (\beta_3/\beta_1)\lambda_3 u(c_1^3)] \\ + \beta_1^2 [\lambda_1 u(c_2^1) + (\beta_2/\beta_1)^2 \lambda_2 u(c_2^2) + (\beta_3/\beta_1)^2 \lambda_3 u(c_2^3)] + \dots$$

Так как величины  $(\beta_2/\beta_1)^t$  и  $(\beta_3/\beta_1)^t$  стремятся к нулю при  $t \rightarrow \infty$ , то (при условии, что  $\lambda_1 > 0$ ) относительные веса полезностей менее терпеливых потребителей уменьшаются с течением времени и становятся пренебрежимо малыми в долгосрочной перспективе, а их доли в суммарном потреблении и их оптимальные уровни потребления стремятся к нулю. В долгосрочной перспективе они не будут почти ничего потреблять. В то же время самый терпеливый потребитель доминирует в функции общественного благосостояния, и потому его доля потребления в суммарном потреблении сходится к единице. Несколько неформально этот результат можно выразить так: *любое оптимальное по Парето состояние в модели Рамсея — Бьюли характеризуется тем, что в пределе все менее терпеливые потребители «умирают от голода»*.

Повторимся, что за этот неожиданный вывод отвечает нестационарность функции общественного благосостояния, которая возникает из-за различия потребителей в единственном параметре — коэффициенте дисконтирования. Даже если у одного потребителя коэффициент дисконтирования будет всего на сотую долю процента выше, чем у остальных, то итоговая судьба этих потребителей с точки зрения «оптимального для общества в целом исхода» окажется совсем разной: самому терпеливому будет «очень хорошо», а всем менее терпеливым — «очень

<sup>3</sup> Причем если предельная полезность от нулевого потребления конечна, то потребление нетерпеливого агента будет нулевым начиная с какого-то конечного момента времени.

плохо». Таким образом, в модели с неоднородными потребителями долгосрочное поведение оптимальных траекторий качественно отличается от такового в модели с репрезентативным потребителем.

Во-вторых, в модели с неоднородными потребителями функция общественного благосостояния может быть либо динамически согласованной, либо инвариантной во времени. Это зависит от того, меняются ли во времени веса, которые социальный планировщик приписывает различным агентам.

Если планировщик использует постоянные во времени веса, то функция общественного благосостояния (6) оказывается *инвариантной* во времени, но *динамически несогласованной*. Иначе говоря, если в момент времени  $t \geq 1$  социальный планировщик решает задачу

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\{c_t^1, k_{t+1}\}} \{ \lambda_1(u(c_t^1) + \beta_1 u(c_{t+1}^1) + \dots) + \lambda_2(u(c_t^2) + \beta_2 u(c_{t+1}^2) + \dots) + \lambda_3(u(c_t^3) + \beta_1 u(c_{t+1}^3) + \dots) \}, \\ c_t^1 + c_t^2 + c_t^3 = f(k_t), c_{t+1}^1 + c_{t+1}^2 + c_{t+1}^3 = f(k_{t+1}), \dots, \\ k_t = k_t^*. \end{array} \right. \quad (8)$$

то ее решение не совпадает с «хвостом» исходной оптимальной траектории, начинающимся с момента времени  $t$ . Действительно, слагаемые, отвечающие за потребление агентов в момент времени  $t$ , в исходной задаче (7) имеют вид  $\beta_1^t(\lambda_1 u(c_t^1) + (\beta_2/\beta_1)^t \lambda_2 u(c_t^2) + (\beta_3/\beta_1)^t \lambda_3 u(c_t^3))$ , а соответствующие слагаемые в задаче (8) выглядят как  $\lambda_1 u(c_t^1) + \lambda_2 u(c_t^2) + \lambda_3 u(c_t^3)$ . Тем самым в этом случае представление об оптимальности с точки зрения момента времени  $t$  не совпадает с представлением об оптимальности в начальный момент времени.

Предположим, однако, что планировщик в каждом периоде задает агентам разные веса. А именно: теперь в момент времени  $t \geq 1$  социальный планировщик решает следующую задачу:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\{c_t^i, k_t\}} \{ \lambda_t^1(u(c_t^1) + \beta_1 u(c_{t+1}^1) + \dots) + \lambda_t^2(u(c_t^2) + \beta_2 u(c_{t+1}^2) + \dots) + \lambda_t^3(u(c_t^3) + \beta_3 u(c_{t+1}^3) + \dots) \} \\ c_t^1 + c_t^2 + c_t^3 + k_{t+1} = f(k_t), c_{t+1}^1 + c_{t+1}^2 + c_{t+1}^3 + k_{t+2} = f(k_{t+1}), \dots, \\ k_t = k_t^*, \end{array} \right. \quad (9)$$

где соответствующие веса определяются как

$$\lambda_t^1 = \frac{\lambda_1 \beta_1^t}{\lambda_1 \beta_1^t + \lambda_2 \beta_2^t + \lambda_3 \beta_3^t}, \lambda_t^2 = \frac{\lambda_2 \beta_2^t}{\lambda_1 \beta_1^t + \lambda_2 \beta_2^t + \lambda_3 \beta_3^t}, \lambda_t^3 = \frac{\lambda_3 \beta_3^t}{\lambda_1 \beta_1^t + \lambda_2 \beta_2^t + \lambda_3 \beta_3^t}$$

и по-прежнему  $\lambda_i \geq 0, i = 1, 2, 3$  и  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ . Нетрудно видеть, что целевая функция в задаче (9) с точностью до постоянного множителя  $\frac{1}{\lambda_1 \beta_1^t + \lambda_2 \beta_2^t + \lambda_3 \beta_3^t}$  совпадает с «хвостом» целевой функции из исходной задачи (7), и потому в каждый момент времени  $t \geq 1$  решение задачи (9) совпадает с «хвостом» исходной оптимальной траектории, начинающимся с момента времени  $t$ . Поэтому рассматриваемая ситуация характеризуется *динамической согласованностью* во времени, но *не будет инвариантной*, так как веса потребителей теперь в явном виде зависят от того, в какой момент времени рассчитывается оптимальная траектория.

Таким образом, в случае общего положения в модели с неоднородными агентами у социального планировщика имеется выбор между двумя разумными свой-

ствами: динамической согласованностью и инвариантностью [Millner, Heal, 2018b]. Если придерживаться динамической согласованности, то в каждый следующий момент времени при пересмотре не будет возникать новой оптимальной траектории, но предпочтения общества не будут инвариантными во времени. Кроме того, как было отмечено, в пределе на этой оптимальной траектории все менее терпеливые потребители «умрут от голода», что явно не должно являться разумным исходом с точки зрения социального планировщика, заботящегося о благе общества.

Если выбрать инвариантность и каждый раз пересматривать оптимальную траекторию, то тогда в каждый момент времени роль каждого потребителя в функции общественного благосостояния будет неизменной, но при этом предпочтения общества не будут динамически согласованными — то, что сегодня было запланировано на завтра (оптимальным образом), при наступлении завтрашнего дня перестанет быть оптимальным и не будет реализовано. В этом смысле динамическая согласованность во времени предпочтений является некоторым критерием рациональности. Если предпочтения общества (социального планировщика) не являются динамически согласованными, то оно может в этом году принять решение об осуществлении какого-то большого долгосрочного проекта, но в следующем году остановить его выполнение на полпути.

Нетрудно заметить, что если социальный планировщик приписывает единственный вес какому-то одному агенту, а веса всех остальных агентов равны нулю ( $\lambda_i = 1$  и  $\lambda_j = 0, j \neq i$ ), то тогда функция общественного благосостояния в точности совпадает с межвременной функцией полезности этого агента. В данном случае предпочтения общества описываются единственным коэффициентом дисконтирования, а потому являются стационарными, инвариантными и динамически согласованными во времени<sup>4</sup>. Действительно, легко убедиться, что здесь задачи (8) и (9) в точности совпадают.

Оказывается, что указанные частные случаи являются на самом деле единственно возможными вариантами, при которых функция общественного благосостояния (6) удовлетворяет всем трем «хорошим» свойствам. Это уже совсем не тривиальный факт, который вытекает из общего результата, полученного С. Зубером [Zuber, 2011]. Зубер на очень абстрактном и аксиоматическом уровне доказал результат, по смыслу аналогичный теореме о невозможности Эрроу. Он рассматривает максимально общую ситуацию, когда агенты могут иметь совершенно произвольные функции полезности и выбирают произвольные потоки потребления. Оказывается, что утилитаристская функция общественного благосостояния (т. е. такая, в которой планировщик приписывает всем потребителям одинаковые веса; из этого следует, что она одновременно и Парето-оптимальная, и инвариантная во времени) является стационарной и динамически согласованной во времени тогда и только тогда, когда функции полезностей отдельных потребителей используют экспоненциальное дисконтирование и у всех потребителей имеется одинаковый коэффициент дисконтирования.

Таким образом, функция общественного благосостояния одновременно удовлетворяет набору естественных и желательных свойств (Парето-оптимальность, стационарность, инвариантность, динамическая согласованность) тогда и только

---

<sup>4</sup> То же самое будет верно для любых весов, если коэффициенты дисконтирования всех трех потребителей совпадают.

тогда, когда либо все потребители имеют один и тот же коэффициент дисконтирования, либо социальный планировщик игнорирует предпочтения всех членов общества, кроме какого-то одного потребителя. Это означает, что в обществе с неоднородными потребителями, которые различаются по своим коэффициентам дисконтирования, с определением функции общественного благосостояния возникают существенные сложности — по существу, ее просто невозможно построить.

### 3. Оптимальные траектории в моделях роста с неоднородными потребителями и общественным потреблением

Невозможность построить функцию общественного благосостояния в рассмотренном случае представляет собой факт неприятный, но не фатальный. В условиях частного потребления для дескриптивного анализа рыночной экономики понятие функции общественного благосостояния является не слишком обязательным. Можно децентрализовать задачу и определить понятие рыночного равновесия, когда каждый агент отвечает сам за себя. Если потребитель увидит, что оказался на траектории, где «умрет с голоду», он вполне может изменить свое поведение или хотя бы свою функцию полезности. Кроме того, в соответствующую модель можно ввести ограничения на заимствования, и тогда на равновесной траектории никто не будет «умирать с голоду»<sup>5</sup>.

Однако некоторые задачи с самого начала формулируются как нормативные. В частности, при анализе проектов, связанных с общественным потреблением, нельзя обойтись без функции общественного благосостояния. Например, качество окружающей среды является глобальным общественным благом, и потому критерии для отбора проектов, направленных на предотвращение глобального потепления, должны быть основаны на агрегировании неоднородных предпочтений всех членов общества.

Можно привести простой пример ситуации с общественным потреблением, в которой возникают упомянутые выше трудности. Рассмотрим деревню, расположенную на берегу озера, в котором жители деревни ловят рыбу, и зададимся вопросом: какой будет норма вылова рыбы в озере (темп исчерпания района промысла рыбы) и как она станет соотноситься с оптимальной нормой вылова с точки зрения общества?

Предположим, что озеро и его рыбные ресурсы свободно доступны для всех жителей деревни. Тогда возникает негативная экстерналия: ресурс используется избыточно (по сравнению с оптимальным уровнем использования с точки зрения общества), что может закончиться полным исчерпанием или даже разрушением ресурса. В этом состоит содержание знаменитого аргумента Г. Хардина — так называемой трагедии общин (переиспользования ресурса) [Hardin, 1968]. Выгоду от увеличения вылова рыбы каждый член общества получает для себя, а издержки при этом делятся поровну между всеми. Следовательно, рациональные действия каждого агента по отдельности и максимизация личной выгоды приводят к неконт-

---

<sup>5</sup> Именно так устроена модель Рамсея — Беккера. Необходимо подчеркнуть, что хотя оптимальные траектории в моделях Рамсея — Бьюли и Рамсея — Беккера совпадают, равновесные траектории в них устроены несколько по-разному (см. также: [Борисов, Пахнин, 2018]).

ролируемому увеличению вылова, что в перспективе может способствовать исчезновению популяции рыбы и полной потере выгоды от ловли.

Типичным средством избавления от «трагедии общин» служит введение прав частной собственности на природный ресурс. Если рядом с деревней расположено не озеро, а луг, на котором жители деревни могут пасти скот, то в этой ситуации тоже возникает «трагедия общин» — каждому жителю выгодно увеличивать поголовье своего стада, не считаясь с тем, что слишком большое суммарное поголовье во всей деревне приведет к быстрому истощению травы на лугу. Но луг можно разделить на индивидуальные участки одинакового размера и предоставить каждому жителю деревни права собственности на свой участок. Если издержки на введение этих прав собственности и обеспечение их защиты отсутствуют или минимальны, то негативная экстерналия исчезает. На самом деле, когда агенты принимают индивидуально рациональные решения о том, какое поголовье скота им заводить, выбор каждого из них не влияет на возможность остальных агентов осуществлять выпас своего скота. Таким образом, экстерналия будет интернализирована и ущерба для «общины» не возникнет.

Однако далеко не для всех ресурсов можно легко определить права собственности. В случае с озером, а тем более с глобальными общественными благами (Арктический или Антарктический регионы, Мировой океан, атмосфера Земли), ситуация отличается, поскольку свойство неисключаемости препятствует установлению частной собственности. Очевидно, что рыба может мигрировать и нереститься по всему озеру. Это делает невозможным и бессмысленным как установление прав собственности на стаю рыб, так и деление озера на индивидуальные участки (что представляет собой сложную техническую задачу).

Возможным решением в условиях неисключаемого природного ресурса является введение государственной или общественной собственности (коллективное управление ресурсом местным или глобальным сообществом)<sup>6</sup>, а затем использование схем квотирования или лицензирования. Если оптимальный, с точки зрения общества, суммарный объем вылова рыбы равен сумме квот, то конкурентная цена, установившаяся на рынке квот, обеспечит оптимальный темп использования ресурса.

При этом суммарный объем вылова рыбы не определяется рынком, а механизм квот работает только при условии, что этот социальный оптимум известен. Если бы все жители деревни были одинаковыми, тогда объем вылова, оптимальный с точки зрения общества, совпадал бы с оптимальным для каждого из них. Но если жители неоднородны по своим временным предпочтениям, т. е. различаются коэффициентами дисконтирования, то не вполне понятно, что подразумевается под оптимальным объемом вылова.

Предположим, что агенты потребляют выловленную рыбу совместно за обеденным столом (или делят выловленную рыбу поровну). В каждый момент времени полезность, которую они получают от совместного потребления, зависит от коли-

---

<sup>6</sup> Вопросы эффективного и оптимального управления общественной собственностью, в частности природными ресурсами, достаточно популярны в мировой экономической науке. Интерес к этой теме резко возрос после вручения в 2009 г. Нобелевской премии американской исследовательнице Э. Остром за работы по изучению общественных благ и связанной с ними трагедии общин [Ostrom, 1990; 2010].

чества выловленной в этот момент времени рыбы. Пусть  $k_t$  — это запас рыбы в озере на начало периода  $t$ , а  $f(k_t)$  — количество рыбы, которое будет в озере к концу этого периода в результате естественного процесса размножения. В этот момент потребители должны решить, какое количество рыбы  $c_t$  будет выловлено. Таким образом, к началу периода  $t + 1$  запас рыбы в озере составит  $k_{t+1} = f(k_t) - c_t$ .

Если имеется только один потребитель, характеризующийся межвременной функцией полезности вида (4) с постоянным коэффициентом дисконтирования  $\beta$

$$U(C) = u(c_0) + \beta u(c_1) + \beta^2 u(c_2) + \dots,$$

то его задача о нахождении оптимальной траектории вылова рыбы совпадает с задачей социального планировщика в стандартной модели Рамсея (см. выше):

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\{c_t, k_{t+1}\}} \{u(c_0) + \beta u(c_1) + \beta^2 u(c_2) + \dots\}, \\ c_0 + k_1 = f(k_0); c_1 + k_2 = f(k_1); c_2 + k_3 = f(k_2), \dots, \\ k_0 = \bar{k}_0. \end{array} \right.$$

Если потребителей несколько и они обладают разными коэффициентами дисконтирования, то нетерпеливые агенты предпочитают вылавливать сегодня больше рыбы и потреблять ее прямо сейчас, не слишком заботясь о том, что в результате этого район промысла рыбы может истощиться. Наоборот, более терпеливые агенты предпочтут выловить сегодня меньше рыбы ради того, чтобы получить большее потребление в будущем. Тем самым вопрос о том, каков оптимальный, с точки зрения неоднородного общества, объем вылова, представляет собой проблему коллективного принятия решений. Такую проблему экономисты склонны решать с помощью функции общественного благосостояния.

Предположим теперь, что, как и выше, имеются трое потребителей с коэффициентами дисконтирования  $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$ . Полезность потребителя  $j$  задается функцией

$$U_j(C) = u(c_0) + \beta_j u(c_1) + \beta_j^2 u(c_2) + \dots.$$

Поскольку потребление является общественным (совместным), то аргументом этой функции полезности выступает траектория общего потребления  $C = \{c_0, c_1, \dots, c_t, \dots\}$ , одинаковая для всех агентов.

В этом случае тоже разумно в качестве функции общественного благосостояния взять взвешенную сумму межвременных функций полезности трех потребителей:

$$\begin{aligned} W(C) &= \lambda_1 U_1(C) + \lambda_2 U_2(C) + \lambda_3 U_3(C) = \\ &= u(c_0) + (\lambda_1 \beta_1 + \lambda_2 \beta_2 + \lambda_3 \beta_3) u(c_1) + (\lambda_1 \beta_1^2 + \lambda_2 \beta_2^2 + \lambda_3 \beta_3^2) u(c_2) + \dots, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\lambda_i \geq 0, i = 1, 2, 3$  и  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ .

Любая оптимальная по Парето траектория общественного потребления (вылова рыбы) является решением задачи социального планировщика, который максимизирует эту функцию при понятных ограничениях:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{c_t, k_{t+1}} \{u(c_0) + (\lambda_1 \beta_1 + \lambda_2 \beta_2 + \lambda_3 \beta_3)u(c_1) + (\lambda_1 \beta_1^2 + \lambda_2 \beta_2^2 + \lambda_3 \beta_3^2)u(c_2) + \dots\}, \\ c_0 + k_1 = f(k_0), c_1 + k_2 = f(k_1), \dots, \\ k_0 = \bar{k}_0. \end{array} \right.$$

Нетрудно заметить, что самый терпеливый потребитель (с коэффициентом дисконтирования  $\beta_1$ ) в долгосрочной перспективе будет доминировать и в функции общественного благосостояния (10). Правда, в данном случае это не приведет к катастрофическим последствиям для остальных членов общества, поскольку потребление является совместным.

На рассматриваемую ситуацию естественным образом переносятся понятия стационарности, инвариантности и динамической согласованности во времени. Понятно, что и в случае общественного потребления Парето-оптимальная функция общественного благосостояния удовлетворяет всем трем упомянутым условиям тогда и только тогда, когда либо все потребители обладают одинаковым коэффициентом дисконтирования, либо социальный планировщик игнорирует предпочтения всех членов общества, кроме какого-то одного потребителя. Иными словами, если  $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$ , то функция общественного благосостояния (10) будет «хорошей», только если веса всех потребителей, кроме какого-то одного, равны нулю.

Оказывается, то же самое справедливо и в гораздо более общей модели с общественным потреблением. М. Джексон и Л. Ярив [Jackson, Yariv, 2015] получили результат, в некотором смысле аналогичный упомянутому выше результату Зубера, и интерпретировали его таким образом, что функция общественного благосостояния с общественным потреблением и неоднородным дисконтированием обязана быть «диктаторской».

#### 4. Голосование в моделях роста с общественным потреблением

Разумно предположить, что возникающие сложности можно решить с помощью подходов, основанных на теории общественного выбора, например посредством голосования. Однако Джексон и Ярив в той же работе [Jackson, Yariv, 2015] утверждают, что и голосование не может привести к хорошим результатам. Действительно, если агенты голосуют за траекторию общего потребления, выбирая напрямую из множества всех допустимых траекторий общего потребления, то такая процедура является бесконечномерной — голосование происходит по поводу бесконечного набора потреблений. Известно, что в общем случае победителя по Кондорсе в многомерном голосовании не существует (см., напр.: [Davis, DeGroot, Hinich, 1972; Kramer, 1973; Bucovetsky, 1990]). Кроме того, его не существует, даже если агенты различаются только одномерным параметром, например коэффициентом дисконтирования [Boylan, Ledyard, McKelvey, 1996; De Donder, Le Breton, Peluso, 2012], хотя естественно предположить, что выбор неоднородных агентов будет совпадать с оптимальной траекторией потребления для некоего «медианного» агента. В рассматриваемом контексте таким агентом выступает потребитель с медианным коэффициентом дисконтирования.

Попытки преодолеть такое «проклятие многомерности» активно предпринимались разными экономистами. В частности, еще в работе [Beck, 1978] было

замечено, что если агенты выбирают не из множества всех допустимых траекторий общего потребления, а только из конечного набора траекторий, каждая из которых является оптимальной для какого-то из агентов, то победителем в голосовании окажется траектория, оптимальная для потребителя с медианным коэффициентом дисконтирования. В некотором смысле такую процедуру можно интерпретировать как голосование за коэффициент дисконтирования, но не за траекторию. Иными словами, разумный результат здесь достигается за счет кардинального сужения множества допустимых альтернатив.

Еще одна возможная процедура динамического голосования в модели с общим потреблением и неоднородными агентами была предложена авторами исследования [Boylan, Ledyard, McKelvey, 1996]. Эта процедура предполагает введение двух дополнительных агентов — «политических кандидатов», которые в каждый период времени предлагают обществу свой вариант потребления и заботятся только о том, чтобы быть избранными. Потребители голосуют за одного из кандидатов, основываясь только на своей функции полезности. Взаимодействие всех агентов описывается довольно сложной некооперативной игрой. Доказывается, что на конечном горизонте планирования в этой игре существует единственное совершенное подыгровое равновесие по Нэшу. При переходе к бесконечному горизонту планирования последовательность равновесий по Нэшу сходится к оптимальной траектории потребления для агента с медианным коэффициентом дисконтирования на всем горизонте планирования.

Наконец, в работе [Borissov, Pakhnin, Puppe, 2017] продемонстрировано, что в случае общественного потребления ситуация не столь безнадежна, как это представляется в [Jackson, Yariv, 2015], и не столь неправдоподобно сложна, как у [Boylan, Ledyard, McKelvey, 1996]. Дело в том, что в указанных исследованиях рассматривается «одноразовое» голосование по поводу всей бесконечной траектории в начальный момент времени и не принимается во внимание динамическая структура задачи. Вместе с тем в динамических моделях естественно рассматривать пошаговое голосование, когда в каждый момент времени агенты голосуют только по поводу тех решений, которые надо принимать в текущий момент времени<sup>7</sup>.

В рамках простой модели с общественным потреблением был предложен новый подход к голосованию, базирующийся на понятии межвременного электорального равновесия [Borissov, Pakhnin, Puppe, 2017]. Данный подход основан на двух идеях: во-первых, агенты голосуют не по поводу всей траектории общего потребления, а в каждый момент времени выбирают только текущее потребление, обладая некоторыми ожиданиями по поводу будущего. Во-вторых, агенты голосуют и формируют ожидания не по поводу абсолютной величины потребления, а по поводу нормы потребления. Казалось бы, в моделях роста не должно быть никакой разницы между абсолютной величиной потребления (уровнем потребления) и относительной величиной потребления (нормой потребления), поскольку в задаче оптимального роста не важно, какую из этих переменных использовать в качестве переменной управления. Однако выяснилось, что в случае с несколькими голосующими агентами различие между абсолютной и относительной переменными играет ключевую роль.

<sup>7</sup> Одну из попыток реализовать эту идею недавно предприняли авторы работы [Millner, Heal, 2018a], однако это не привело к успеху.

Авторы исследования [Borissov, Pakhnin, Puppe, 2017] определяют межвременное электоральное равновесие в два этапа, используя подход Хикса — Гранмо [Hicks, 1939; Grandmont, 1977]. Сначала для произвольного момента времени в качестве электорального временного равновесия берется победитель по Кондорсе в одномерном голосовании по поводу текущей нормы потребления при некоторых ожиданиях агентов относительно будущих норм потребления. Затем определяется межвременное электоральное равновесие как последовательность норм потребления, каждый член которой является электоральным временным равновесием при условии, что агенты обладают совершенным предвидением относительно будущих норм потребления.

Идея межвременного электорального равновесия близка к понятию равновесия по Крамеру — Шепслу [Kramer, 1972; Shepsle, 1979], которое было предложено для преодоления «проклятия многомерности» при голосовании. Как отмечалось, когда голосование является многомерным, победителя по Кондорсе, вообще говоря, не существует. Однако можно рассмотреть процедуру, в рамках которой агенты голосуют только по одному измерению, считая, что результаты голосования по всем другим измерениям заданы. Если голосование по каждому измерению проходит в соответствии с такой процедурой, то исходом будет нечто похожее на равновесие по Нэшу. Этот исход и называется равновесием по Крамеру — Шепслу. Межвременное электоральное равновесие в [Borissov, Pakhnin, Puppe, 2017] устроено именно как равновесие по Крамеру — Шепслу — в каждый момент времени голосование по поводу нормы потребления происходит в предположении, что во все остальные моменты времени результаты голосования являются заданными.

Доказано, что во многих разумных случаях существует единственное межвременное электоральное равновесие и оно однозначным образом соответствует оптимальной траектории потребления для потребителя с медианным коэффициентом дисконтирования [Borissov, Pakhnin, Puppe, 2017]. Таким образом, предлагаемый подход к голосованию обеспечивает микрооснования для выбора предпочтений медианного агента в качестве предпочтений общества в целом. Более того, такой исход голосования является интуитивным и получен с помощью простой и естественной процедуры.

Необходимо отметить, что результат предложенной выше процедуры голосования совпадает с результатом максимизации функции общественного благосостояния вида (10), где вес потребителя с медианным коэффициентом дисконтирования равен 1, а веса всех остальных потребителей равны 0 ( $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 0$ ). Тем самым такой исход является оптимальным по Парето и в то же время динамически согласованным во времени. В этом смысле никакого противоречия с общим утверждением Джексона и Ярив здесь нет, с той лишь оговоркой, что их утверждение нельзя интерпретировать согласно теореме о невозможности Эрроу. Стандартное определение «диктатора» в теории общественного выбора подразумевает, что агент назначается диктатором до того, как становятся известны предпочтения всех агентов (и тем самым является *ex-ante*-диктатором). В то же время в терминологии Джексона и Ярив агент называется диктатором, если его предпочтения совпадают с предпочтениями общества уже после того, как последние выявлены с помощью некоторой процедуры общественного выбора (например, голосования). В этом случае имеет смысл вести речь об *ex-post*-диктаторе.

Межвременное электоральное равновесие может быть применено к самым разным задачам. Так, в [Borissov, Hanna, Lambrecht, 2014] неоднородные агенты голосуют по поводу ставок налогообложения и долей производительных и потребительских общественных благ в общем выпуске. В [Borissov, Pakhnin, 2018] агенты голосуют по поводу нормы извлечения невозобновляемых природных ресурсов, что позволяет сравнить темпы роста экономики с частной и общественной ответственностью на природные ресурсы. Представляется, что понятие межвременного электорального равновесия может оказаться полезным и во многих других разделах экономической теории, где возникают проблемы общественного выбора.

## Заключение

Проблема коллективного принятия решений возникает во многих экономических задачах с неоднородными агентами. В частности, в моделях экономического роста с потребителями, которые различаются по своим коэффициентам дисконтирования, для определения оптимальной траектории потребления всего общества в целом необходимо каким-то образом агрегировать неоднородные предпочтения.

Типичным способом агрегирования является построение Парето-оптимальной функции общественного благосостояния, которая взвешивает функции полезности всех потребителей с какими-то неотрицательными весами. Как было продемонстрировано в данной работе, в динамических моделях с бесконечным горизонтом планирования в случае, если потребители различаются по своим коэффициентам дисконтирования, функция общественного благосостояния не удовлетворяет определенному набору естественных требований.

Таким образом, в ситуации частного потребления «хорошую» Парето-оптимальную функцию общественного благосостояния построить просто невозможно. В случае же общественного потребления можно использовать процедуру голосования, но в многомерном голосовании возникают свои, не менее серьезные, трудности. Однако в динамических моделях с неоднородными потребителями и общественным потреблением существует разумная процедура, которая позволяет с помощью голосования выбрать оптимальную траекторию для всего общества в целом. Такая процедура эквивалентна решению задачи максимизации функции общественного благосостояния, в качестве которой выступает функция полезности потребителя с медианным коэффициентом дисконтирования.

## Литература

- Борисов К. Ю., Пахнин М. А. (2018) О некоторых подходах к моделированию деления общества на бедных и богатых. *Журнал Новой экономической ассоциации*. № 4. С. 32–59.
- Beck N. (1978) Social Choice and Economic Growth. *Public Choice*, vol. 33, iss. 2, pp. 33–48.
- Becker R. A. (1980) On the Long-run Steady State in a Simple Dynamic Model of Equilibrium with Heterogeneous Households. *Quarterly Journal of Economics*, vol. 95, iss. 2, pp. 375–382.
- Bewley T. F. (1982) An Integration of Equilibrium Theory and Turnpike Theory. *Journal of Mathematical Economics*, vol. 10, pp. 233–267.
- Borissov K., Hanna J., Lambrecht S. (2014) Public Goods, Voting, and Growth. Working Paper Ec-01/14, EUSP Department of Economics. St Petersburg. 41 p.

- Borissov K., Pakhnin M. (2018) Economic Growth and Property Rights on Natural Resources. *Economic Theory*, vol. 65, iss. 2, pp. 423–482.
- Borissov K., Pakhnin M., Puppe C. (2017) On Discounting and Voting in a Simple Growth Model. *European Economic Review*, vol. 94, pp. 185–204.
- Boylan R. T., Ledyard J., McKelvey R. D. (1996) Political Competition in a Model of Economic Growth: Some Theoretical Results. *Economic Theory*, vol. 7, pp. 191–205.
- Bucovetsky S. (1990) Majority Rule in Multi-dimensional Spatial Models. *Social Choice and Welfare*, vol. 7, pp. 353–368.
- Cass D. (1965) Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. *Review of Economic Studies*, vol. 32, pp. 233–240.
- Cohen J. D., Ericson K. M., Laibson D., White J. M. (2016) Measuring Time Preferences. NBER Working Paper 22455, National Bureau of Economic Research. 69 p.
- Davis O., DeGroot M., Hinich M. (1972) Social Preference Orderings and Majority Rule. *Econometrica*, vol. 40, iss. 1, pp. 147–157.
- De Donder P., Le Breton M., Peluso E. (2012) Majority Voting in Multidimensional Policy Spaces: Kramer-Shepsle versus Stackelberg. *Journal of Public Economic Theory*, vol. 14, iss. 6, pp. 879–909.
- De Grauwe P. (2017) *The Limits of the Market: The Pendulum Between Government and Market*. Oxford: Oxford University Press.
- Dohmen T., Enke B., Falk A., Huffman D., Sunde U. (2016) Patience and the Wealth of Nations. Working Paper 2016–012, Human Capital and Economic Opportunity Working Group.
- Falk A., Becker A., Dohmen T., Enke B., Huffman D., Sunde U. (2015) The Nature and Predictive Power of Preferences: Global Evidence. IZA Discussion Paper 9504, The Institute for the Study of Labor. 79 p.
- Fishburn P. C., Rubinstein A. (1982) Time Preference. *International Economic Review*, vol. 23 (3), pp. 677–694.
- Frederick S., Lowenstein G., O'Donoghue T. (2002) Time Discounting and Time Preference: A Critical Review. *Journal of Economic Literature*, vol. 40, iss. 2, pp. 351–401.
- Grandmont J. M. (1977) Temporary General Equilibrium Theory. *Econometrica*, vol. 45, pp. 535–572.
- Gruber J., Köszegi B. (2001) Is Addiction «Rational»? Theory and Evidence. *Quarterly Journal of Economics*, vol. 116, iss. 4, pp. 1261–1303.
- Halevy Y. (2015) Time Consistency: Stationarity and Time Invariance. *Econometrica*, vol. 83, iss. 1, pp. 335–352.
- Hardin G. (1968) The Tragedy of the Commons. *Science*, vol. 162, pp. 1243–1248.
- Hicks J. R. (1939) *Value and Capital*. Oxford: Clarendon Press. 364 p.
- Hübner M., Vannoorenbergh G. (2015) Patience and Long-run Growth. *Economics Letters*, vol. 137, pp. 163–167.
- Jackson M. O., Yariv L. (2015) Collective Dynamic Choice: The Necessity of Time Inconsistency. *American Economic Journal: Microeconomics*, vol. 7, iss. 4, pp. 150–178.
- Koopmans T. C. (1960) Stationary Ordinal Utility and Impatience. *Econometrica*, vol. 28, iss. 2, pp. 287–309.
- Koopmans T. C., Diamond P. A., Williamson R. E. (1964) Stationary Utility and Time Perspective. *Econometrica*, vol. 32, iss. 1/2, pp. 82–100.
- Koopmans T. C. (1965) On the Concept of Optimal Economic Growth. In: *Study Week on the Econometric Approach to Development Planning*. Amsterdam: North-Holland. 38 p.
- Kramer G. H. (1972) Sophisticated Voting over Multidimensional Choice Spaces. *Journal of Mathematical Sociology*, vol. 2, iss. 2, pp. 165–180.
- Kramer G. H. (1973) On a Class of Equilibrium Conditions for Majority Rule. *Econometrica*, vol. 41, iss. 2, pp. 285–297.
- Laibson D. (1997) Golden Eggs and Hyperbolic Discounting. *Quarterly Journal of Economics*, vol. 112, iss. 2, pp. 443–478.
- Lucas R. (1976) *Econometric Policy Evaluation: A Critique*. Eds Brunner, K., Meltzer, A. *The Phillips Curve and Labor Markets. Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy. 1*. New York: American Elsevier, pp. 19–46.
- Millner A., Heal G. (2018a) Discounting by Committee. *Journal of Public Economics*, vol. 167, pp. 91–104.
- Millner A., Heal G. (2018b) Time Consistency and Time Invariance in Collective Intertemporal Choice. *Journal of Economic Theory*, vol. 176, pp. 158–169.
- O'Donoghue T., Rabin M. (2001) Choice and Procrastination. *Quarterly Journal of Economics*, vol. 116, iss. 1, pp. 121–160.

- Ostrom E. (1990) *Governing the Commons: the Evolution of Institutions for Collective Action*. Indiana University, Cambridge University Press. 270 p.
- Ostrom E. (2000) Private and Common Property Rights. Eds Brouckaert, B., De Geest, G. *Encyclopedia of Law and Economics, Vol. II: The History and Methodology of Law and Economics*. Edward Elgar: Cheltenham, pp. 332–379.
- Ramsey F. (1928) A Mathematical Theory of Saving. *Economic Journal*, vol. 38, pp. 543–559.
- Shepsle K. A. (1979) Institutional Arrangements and Equilibrium in Multidimensional Voting Models. *American Journal of Political Science*, vol. 23, iss. 1, pp. 27–59.
- Strotz R. H. (1956) Myopia and Inconsistency in Dynamic Utility Maximization. *Review of Economic Studies*, vol. 23, iss. 3, pp. 165–180.
- Wang M., Rieger M. O., Hens T. (2016) How Time Preferences Differ: Evidence from 53 Countries. *Journal of Economic Psychology*, vol. 52, pp. 115–135.
- Zuber S. (2011) The Aggregation of Preferences: Can We Ignore the Past? *Theory and Decision*, vol. 70, iss. 3, pp. 367–384.

Статья поступила в редакцию 15.11.2019

Статья рекомендована в печать 14.02.2019

#### Контактная информация:

Борисов Кирилл Юрьевич — д-р экон. наук, проф.; kirill@eu.spb.ru

Пахнин Михаил Александрович — Dr. rer. pol., доц.; mpakhnin@eu.spb.ru

## Social Welfare in Growth Models with Heterogeneous Agents

K. Yu. Borissov<sup>1</sup>, M. A. Pakhnin<sup>2</sup>

<sup>1</sup> European University at St. Petersburg,  
6/1A, Gagarinskaya st., St. Petersburg, 191187, Russian Federation

<sup>2</sup> Institute for Problems of Regional Economics, Russian Academy of Science,  
38, Serpukhovskaya st., St. Petersburg, 190013, Russian Federation

**For citation:** Borissov, K. Yu., Pakhnin, M. A. (2019) Social Welfare in Growth Models with Heterogeneous Agents. *St Petersburg University Journal of Economic Studies*, vol. 35, issue 2, pp. 173–196.  
<https://doi.org/10.21638/spbu05.2019.201> (In Russian)

A problem of aggregation of heterogeneous time preferences naturally arises in economic growth models with consumers who have different discount factors. This problem is typically resolved by constructing a Pareto-efficient (Paretian) social welfare function which evaluates different consumption streams from the perspective of the society as a whole. It turns out, however, that a minimal reasonable and widely accepted Pareto-efficiency requirement leads to very unpleasant consequences: an optimal path (a result of the maximization of a Paretian social welfare function) possesses a number of unsatisfactory features. For instance, socially optimal levels of consumption and their shares in aggregate consumption converge to zero for all consumers except the most patient one. Moreover, an optimal path exhibits time inconsistency: an optimal choice for any future date depends of the decision date. All the discrepancies mentioned above suggest that a social welfare function is not an appropriate normative concept in models with heterogeneous consumers. Moreover, attempts to aggregate heterogeneous time preferences via some voting procedures face another fundamental problem — in dynamic models, voting is multidimensional, so that generically there is no stable outcome of voting. This paper studies the problem of aggregation of heterogeneous time preferences in growth models. In particular, we discuss the main difficulties that arise with the notion of a social optimum under heterogeneous time preferences and review certain possible ways to overcome these difficulties.

**Keywords:** economic growth, time preference, social welfare, aggregation, voting.

## References

- Borissov K., Pakhnin M. (2018) O nekotorykh podkhodakh k modelirovaniu deleniia obshchestva na bednykh i bogatykh [A Division of Society into the Rich and the Poor: Some Approaches to Modeling]. *Journal of the New Economic Association*, no. 4, pp. 32–59. (In Russian)
- Beck N. (1978) Social Choice and Economic Growth. *Public Choice*, vol. 33, iss. 2, pp. 33–48.
- Becker R. A. (1980) On the Long-run Steady State in a Simple Dynamic Model of Equilibrium with Heterogeneous Households. *Quarterly Journal of Economics*, vol. 95, iss. 2, pp. 375–382.
- Bewley T. F. (1982) An Integration of Equilibrium Theory and Turnpike Theory. *Journal of Mathematical Economics*, vol. 10, pp. 233–267.
- Borissov K., Hanna J., Lambrecht S. (2014) Public Goods, Voting, and Growth. Working Paper Ec-01/14, EUSP Department of Economics. St Petersburg. 41 p.
- Borissov K., Pakhnin M. (2018) Economic Growth and Property Rights on Natural Resources. *Economic Theory*, vol. 65, iss. 2, pp. 423–482.
- Borissov K., Pakhnin M., Puppe C. (2017) On Discounting and Voting in a Simple Growth Model. *European Economic Review*, vol. 94, pp. 185–204.
- Boylan R. T., Ledyard J., McKelvey R. D. (1996) Political Competition in a Model of Economic Growth: Some Theoretical Results. *Economic Theory*, vol. 7, pp. 191–205.
- Bucovetsky S. (1990) Majority Rule in Multi-dimensional Spatial Models. *Social Choice and Welfare*, vol. 7, pp. 353–368.
- Cass D. (1965) Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. *Review of Economic Studies*, vol. 32, pp. 233–240.
- Cohen J. D., Ericson K. M., Laibson D., White J. M. (2016) Measuring Time Preferences. NBER Working Paper 22455, National Bureau of Economic Research. 69 p.
- Davis O., DeGroot M., Hinich M. (1972) Social Preference Orderings and Majority Rule. *Econometrica*, vol. 40, iss. 1, pp. 147–157.
- De Donder P., Le Breton M., Peluso E. (2012) Majority Voting in Multidimensional Policy Spaces: Kramer-Shepsle versus Stackelberg. *Journal of Public Economic Theory*, vol. 14, iss. 6, pp. 879–909.
- De Grauwe P. (2017) The Limits of the Market: The Pendulum Between Government and Market. Oxford: Oxford University Press.
- Dohmen T., Enke B., Falk A., Huffman D., Sunde U. (2016) Patience and the Wealth of Nations. Working Paper 2016–012, Human Capital and Economic Opportunity Working Group.
- Falk A., Becker A., Dohmen T., Enke B., Huffman D., Sunde U. (2015) The Nature and Predictive Power of Preferences: Global Evidence. IZA Discussion Paper 9504, The Institute for the Study of Labor. 79 p.
- Fishburn P. C., Rubinstein A. (1982) Time Preference. *International Economic Review*, vol. 23, iss. 3, pp. 677–694.
- Frederick S., Lowenstein G., O'Donoghue T. (2002) Time Discounting and Time Preference: A Critical Review. *Journal of Economic Literature*, vol. 40, iss. 2, pp. 351–401.
- Grandmont J. M. (1977) Temporary General Equilibrium Theory. *Econometrica*, vol. 45, pp. 535–572.
- Gruber J., Köszegi B. (2001) Is Addiction «Rational»? Theory and Evidence. *Quarterly Journal of Economics*, vol. 116, iss. 4, pp. 1261–1303.
- Halevy Y. (2015) Time Consistency: Stationarity and Time Invariance. *Econometrica*, vol. 83, iss. 1, pp. 335–352.
- Hardin G. (1968) The Tragedy of the Commons. *Science*, vol. 162, pp. 1243–1248.
- Hicks J. R. (1939) *Value and Capital*. Oxford, Clarendon Press. 364 p.
- Hübner M., Vannoorenbergh G. (2015) Patience and Long-run Growth. *Economics Letters*, vol. 137, pp. 163–167.
- Jackson M. O., Yariv L. (2015) Collective Dynamic Choice: The Necessity of Time Inconsistency. *American Economic Journal: Microeconomics*, vol. 7, iss. 4, pp. 150–178.
- Koopmans T. C. (1960) Stationary Ordinal Utility and Impatience. *Econometrica*, vol. 28, iss. 2, pp. 287–309.
- Koopmans T. C., Diamond P. A., Williamson R. E. (1964) Stationary Utility and Time Perspective. *Econometrica*, vol. 32, iss. 1/2, pp. 82–100.
- Koopmans T. C. (1965) On the Concept of Optimal Economic Growth. In: Study Week on the Econometric Approach to Development Planning. Amsterdam: North-Holland. 38 p.
- Kramer G. H. (1972) Sophisticated Voting over Multidimensional Choice Spaces. *Journal of Mathematical Sociology*, vol. 2, iss. 2, pp. 165–180.

- Kramer G. H. (1973) On a Class of Equilibrium Conditions for Majority Rule. *Econometrica*, vol. 41, iss. 2, pp. 285–297.
- Laibson D. (1997) Golden Eggs and Hyperbolic Discounting. *Quarterly Journal of Economics*, vol. 112, iss. 2, pp. 443–478.
- Lucas R. (1976) Econometric Policy Evaluation: A Critique. Eds Brunner, K., Meltzer, A. *The Phillips Curve and Labor Markets. Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy. 1*. New York, American Elsevier, pp. 19–46.
- Millner A., Heal G. (2018a) Discounting by Committee. *Journal of Public Economics*, vol. 167, pp. 91–104.
- Millner A., Heal G. (2018b) Time Consistency and Time Invariance in Collective Intertemporal Choice. *Journal of Economic Theory*, vol. 176, pp. 158–169.
- O'Donoghue T., Rabin M. (2001) Choice and Procrastination. *Quarterly Journal of Economics*, vol. 116, iss. 1, pp. 121–160.
- Ostrom E. (1990) *Governing the Commons: the Evolution of Institutions for Collective Action*. Indiana University, Cambridge University Press. 270 p.
- Ostrom E. (2000) Private and Common Property Rights. Eds Brouckaert, B., De Geest, G. *Encyclopedia of Law and Economics, Vol. II: The History and Methodology of Law and Economics*. Edward Elgar, Cheltenham, pp. 332–379.
- Ramsey F. (1928) A Mathematical Theory of Saving. *Economic Journal*, vol. 38, pp. 543–559.
- Shepsle K. A. (1979) Institutional Arrangements and Equilibrium in Multidimensional Voting Models. *American Journal of Political Science*, vol. 23, iss. 1, pp. 27–59.
- Strotz R. H. (1956) Myopia and Inconsistency in Dynamic Utility Maximization. *Review of Economic Studies*, vol. 23, iss. 3, pp. 165–180.
- Wang M., Rieger M. O., Hens T. (2016) How Time Preferences Differ: Evidence from 53 Countries. *Journal of Economic Psychology*, vol. 52, pp. 115–135.
- Zuber S. (2011) The Aggregation of Preferences: Can We Ignore the Past? *Theory and Decision*, vol. 70, iss. 3, pp. 367–384.

Received: November 15, 2018

Accepted: February 14, 2019

#### Author's information:

*Kirill Yu. Borissov* — Dr. Sci. in Economics, Professor; kirill@eu.spb.ru

*Mikhail A. Pakhnin* — Dr. rer. pol. (PhD in Economics), Associate Professor; mpakhnin@eu.spb.ru